

GIANNI CESINI
GIOVANNI LATINI
FABIO POLONARA

Fisica tecnica

seconda edizione



EDIZIONE DIGITALE SU
PANDORA
CAMPUS



CittaStudi
EDIZIONI

APPROFONDIMENTI

Capitolo 15

a cura di:

Gianni Cesini
Giovanni Latini
Fabio Polonara

LA TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO

15.3.4

L'EMISSIONE DI BANDA

Nei paragrafi precedenti si è visto che il potere emissivo spettrale del “corpo nero” ($\dot{E}_{cn,\lambda}''(\lambda, T)$), ovvero la potenza radiante emessa dal corpo nero per unità di superficie in un intervallo infinitesimo di lunghezze d'onda ($d\lambda$) si può calcolare mediante la distribuzione di Planck, ovvero mediante la relazione (15.6).

Integrando la distribuzione di Planck per (λ) che varia da 0 a ∞ si ottiene la legge di Stefan-Boltzmann che permette di calcolare il potere emissivo totale del corpo nero ovvero la potenza emessa per unità di superficie su tutte le lunghezze d'onda:

$$\dot{E}_{cn}''(T) = \int_0^{\infty} \dot{E}_{cn,\lambda}''(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$$

In molte applicazioni pratiche è necessario conoscere la potenza emessa per unità di superficie in un determinato intervallo di lunghezze d'onda e questo comporta il calcolo di un integrale esteso all'intervallo stesso con notevoli difficoltà matematiche. Per evitare di dover ogni volta calcolare tale integrale, si definisce una quantità adimensionale ($f_{\lambda}(T)$) chiamata **funzione di radiazione di corpo nero**:

$$f_{\lambda}(T) = \frac{\int_0^{\lambda} \dot{E}_{cn,\lambda}''(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^{\infty} \dot{E}_{cn,\lambda}''(\lambda, T) d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} \dot{E}_{cn,\lambda}''(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4} \quad (15.10)$$

che rappresenta la frazione di potenza per unità di superficie emessa dal corpo nero a temperatura (T) nell'intervallo di lunghezze d'onda compreso tra 0 e (λ). I valori di (f_{λ}) sono riportati in Tab.1 in funzione del parametro ($\lambda \cdot T$) con (λ) in micrometri e (T) in kelvin.

Se si considera una banda di lunghezze d'onda compresa tra (λ_1) e (λ_2) la frazione di potenza termica per unità di superficie emessa all'interno di tale banda rispetto al potere emissivo totale è data da:

$$f_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2}(T) = f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T) \quad (15.11)$$

Tabella 15.1
Funzione (f_λ) di
radiazione emessa
da corpo nero

λT [$\mu\text{m} \cdot \text{K}$]	f_λ	λT [$\mu\text{m} \cdot \text{K}$]	f_λ
200	0.000000	6200	0.754140
400	0.000000	6400	0.769234
600	0.000000	6600	0.783199
800	0.000016	6800	0.796129
1000	0.000321	7000	0.808109
1200	0.002134	7200	0.819217
1400	0.007790	7400	0.829527
1600	0.019718	7600	0.839102
1800	0.039341	7800	0.848005
2000	0.066728	8000	0.856288
2200	0.100888	8500	0.874608
2400	0.140256	9000	0.890029
2600	0.183120	9500	0.903085
2800	0.227897	10000	0.914199
3000	0.273232	10500	0.923710
3200	0.318102	11000	0.931890
3400	0.361735	11500	0.939959
3600	0.403607	12000	0.945098
3800	0.443382	13000	0.955139
4000	0.480877	14000	0.962898
4200	0.516014	15000	0.969981
4400	0.548796	16000	0.973814
4600	0.579280	18000	0.980860
4800	0.607559	20000	0.985602
5000	0.633747	25000	0.992215
5200	0.658970	30000	0.995340
5400	0.680360	40000	0.997967
5600	0.701046	50000	0.998953
5800	0.720158	750000	0.999713
6000	0.737818	100000	0.999905

Esempio 15.4

Determinare la frazione di radiazione emessa nelle seguenti bande di lunghezza d'onda:

- a) λ compresa tra $\lambda_1 = 0,01 \mu\text{m}$ e $\lambda_2 = 0,4 \mu\text{m}$ (ultravioletto)
- b) λ compresa tra $\lambda_2 = 0,4 \mu\text{m}$ e $\lambda_3 = 0,75 \mu\text{m}$ (visibile)
- x) λ compresa tra $\lambda_3 = 0,75 \mu\text{m}$ e $\lambda_4 = 100 \mu\text{m}$ (infrarosso)

nei seguenti casi:

- Caso 1) Superficie assimilabile a un corpo nero a temperatura ambiente, con $T \sim 280 \text{ K}$
- Caso 2) Filamento di tungsteno di una lampada a incandescenza, assimilabile a un corpo nero, con $T \sim 3000 \text{ K}$
- Caso 3) Superficie solare, assimilabile a un corpo nero con $T \sim 5800 \text{ K}$

Analisi

Per ognuno dei tre corpi neri considerati si calcolano i valori del parametro λT in corrispondenza dei valori limite delle tre bande di lunghezza d'onda considerate. Per ognuno dei valori del parametro λT si ricava dalla Tabella 15.1 il corrispondente valore della funzione di radiazione del corpo nero f_λ e quindi la frazione di potenza termica per unità di superficie emessa nella banda considerata, mediante la relazione (15.11).

Soluzione**Caso a) Corpo nero a temperatura ambiente $T_1 \approx 280\text{ K}$**

1) Calcolo della frazione di banda nell'ultravioletto

$$\lambda_1 T_1 = 0,01 \cdot 280 \mu\text{mK} = 2,8 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_1}(T_1) = 0,000$$

$$\lambda_2 T_1 = 0,4 \cdot 280 \mu\text{mK} = 112 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_2}(T_1) = 0,000$$

La frazione di potenza termica emessa nell'ultravioletto è

$$f_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2}(T_1) = f_{\lambda_2}(T_1) - f_{\lambda_1}(T_1) = 0,000$$

2) Calcolo della frazione di banda nel visibile

$$\lambda_2 T_1 = 0,4 \cdot 280 \mu\text{mK} = 112 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_2}(T_1) = 0,000$$

$$\lambda_3 T_1 = 0,75 \cdot 280 \mu\text{mK} = 210 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_3}(T_1) = 0,000$$

La frazione di potenza termica emessa nel visibile è

$$f_{\lambda_2 \rightarrow \lambda_3}(T_1) = f_{\lambda_3}(T_1) - f_{\lambda_2}(T_1) = 0,000$$

3) Calcolo della frazione di banda nell'infrarosso

$$\lambda_3 T_1 = 0,75 \cdot 280 \mu\text{mK} = 210 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_3}(T_1) = 0,000$$

$$f_{\lambda_4} T_1 = 100 \cdot 280 \mu\text{mK} = 28000 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_4}(T_1) \sim 1$$

La frazione di potenza termica emessa nell'infrarosso è

$$f_{\lambda_3 \rightarrow \lambda_4}(T_1) = f_{\lambda_4}(T_1) - f_{\lambda_3}(T_1) = 1$$

Caso b) corpo nero a temperatura $T_2 \approx 3000\text{ K}$ (Filamento di tungsteno)

1) Calcolo della frazione di banda nell'ultravioletto

$$\lambda_1 T_2 = 0,01 \cdot 3000 \mu\text{mK} = 30 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_1}(T_2) = 0,000$$

$$\lambda_2 T_2 = 0,4 \cdot 3000 \mu\text{mK} = 1200 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_2}(T_2) = 0,002$$

$$\text{La frazione di potenza termica emessa nell'ultravioletto è } f_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2}(T_2) = f_{\lambda_2}(T_2) = 0,002$$

2) Calcolo della frazione di banda nel visibile

$$\lambda_2 T_2 = 0,4 \cdot 3000 \mu\text{mK} = 1200 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_2}(T_2) = 0,002$$

$$\lambda_3 T_2 = 0,75 \cdot 3000 \mu\text{mK} = 2250 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_3}(T_2) = 0,111$$

La frazione di potenza termica emessa nel visibile è

$$f_{\lambda_2 \rightarrow \lambda_3}(T_2) = f_{\lambda_3}(T_2) - f_{\lambda_2}(T_2) = 0,109$$

3) Calcolo della frazione di banda nell'infrarosso

$$\lambda_3 T_2 = 0,75 \cdot 3000 \mu\text{mK} = 2250 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_3}(T_2) = 0,111$$

$$\lambda_4 T_2 = 100 \cdot 3000 \mu\text{mK} = 300000 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_4}(T_2) = 1$$

$$\text{La frazione di potenza termica emessa nell'infrarosso è } f_{\lambda_3 \rightarrow \lambda_4}(T_2) = f_{\lambda_4}(T_2) - f_{\lambda_3}(T_2) = 0,889$$

Caso c) Corpo nero a temperatura $T_3 \approx 5800\text{ K}$ (Superficie solare)

1) Calcolo della frazione di banda nell'ultravioletto

$$\lambda_1 T_3 = 0,01 \cdot 5800 \mu\text{mK} = 58 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_1}(T_3) = 0,000$$

$$\lambda_2 T_3 = 0,4 \cdot 5800 \mu\text{mK} = 2320 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_2}(T_3) = 0,125$$

La frazione di potenza termica emessa nell'ultravioletto è

$$f_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2}(T_3) = f_{\lambda_2}(T_3) - f_{\lambda_1}(T_3) = 0,125$$

2) Calcolo della frazione di banda nel visibile

$$\lambda_2 T_3 = 0,4 \cdot 5800 \mu\text{mK} = 2320 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_2}(T_3) = 0,125$$

$$\lambda_3 T_3 = 0,75 \cdot 5800 \mu\text{mK} = 4350 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_3}(T_3) = 0,541$$

La frazione di potenza termica emessa nel visibile è

$$f_{\lambda_2 \rightarrow \lambda_3}(T_3) = f_{\lambda_3}(T_3) - f_{\lambda_2}(T_3) = 0,416$$

3) Calcolo della frazione di banda nell'infrarosso

$$\lambda_3 T_3 = 0,75 \cdot 5800 \mu\text{mK} = 4350 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_3}(T_3) = 0,416$$

$$\lambda_4 T_3 = 100 \cdot 5800 \mu\text{mK} = 580000 \mu\text{mK} \text{ dalla Tab. 15.1 si ricava: } f_{\lambda_4}(T_3) = 1$$

La frazione di potenza termica emessa nell'infrarosso è

$$f_{\lambda_3 \rightarrow \lambda_4}(T_3) = f_{\lambda_4}(T_3) - f_{\lambda_3}(T_3) = 0,459$$

Discussione

I risultati ottenuti mostrano che, come ci si poteva aspettare, un corpo a temperatura ambiente emette radiazione termica solo nell'infrarosso.

Invece i risultati per il filamento di tungsteno, che sono indicativi della distribuzione spettrale della radiazione emessa da una tipica lampada commerciale a incandescenza, mostrano che si ha un'emissione trascurabile nell'ultravioletto, una frazione pari a circa il 10% di potenza emessa nel visibile, mentre la maggior parte della potenza radiante (quasi il 90%) è emessa nell'infrarosso, radiazione questa che ovviamente non può essere utilizzata a scopo illuminotecnico. Ciò mostra, in modo inequivocabile, che le lampade a incandescenza tradizionali hanno una bassissima efficienza luminosa rispetto all'energia elettrica assorbita e spiega perché in Italia, così come negli altri paesi della Comunità Europea, tali sorgenti di luce elettrica sono fuori commercio da diversi anni.

Per quanto riguarda i risultati ottenuti per l'emissione del corpo nero a 5800 K, essi sono una buona approssimazione della distribuzione spettrale della radiazione solare al di fuori dell'atmosfera terrestre. Per determinare la distribuzione al suolo terrestre bisogna tenere conto dell'interazione tra radiazione solare e atmosfera, problema che sarà trattato più avanti.

[...]

15.4.4

LA RADIAZIONE SOLARE SUL SUOLO TERRESTRE

Nel paragrafo precedente, così come in diversi altri punti nel corso della trattazione del presente Capitolo, si è fatto riferimento all'importanza dell'irraggiamento termico emesso dal sole che raggiunge il nostro pianeta.

In particolare si è visto che l'emissione dalla superficie solare può essere assimilata a quella di un corpo nero alla temperatura di circa 5800 K. Il sole quindi può essere considerato, ai fini della presente trattazione, come un emettitore diffuso: pertanto la sua intensità spettrale è la stessa in tutte le direzioni e calcolabile con la legge di Planck (15.4), il suo potere emissivo spettrale è dato dalla distribuzione di Planck (15.6) e il suo potere emissivo totale dalla legge di Stefan-Boltzmann (15.8), ponendo in ognuna delle suddette relazioni il valore ($T=5800\text{ K}$).

Ovviamente, la quantità di radiazione solare incidente sulla Terra sarà solo una

piccola frazione di quella globalmente emessa dal Sole: è stato ricavato che la potenza totale emessa dal Sole ($\sim 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$) è circa 2 miliardi di volte maggiore di quella che raggiunge il bordo esterno dell'atmosfera terrestre.

L'energia radiante totale per unità di tempo e per unità di superficie perpendicolare ai raggi solari misurata al bordo esterno dell'atmosfera terrestre è detta **costante solare**, il cui valore medio è circa $1360 \text{ [W m}^{-2}\text{]}$, ma che, soprattutto per effetto della variazione della distanza Terra-Sole può avere una variazione nell'arco dell'anno di circa il 7%.

La costante solare è riferita all'incidenza della radiazione su una superficie piana, perpendicolare alla direzione dei raggi solari, di area (πr^2), dove (r) è il raggio medio della terra. Va però considerato che nell'arco della giornata tale potenza termica è in realtà distribuita su una sfera di area ($4\pi r^2$), per cui l'input energetico medio è circa $340 \text{ [W m}^{-2}\text{]}$.

Nei paragrafi precedenti si è inoltre visto che, dal punto di vista spettrale, tale energia ha il suo massimo, secondo la legge di Wien, a una lunghezza d'onda di circa $0,5 \mu\text{m}$, ovvero nel visibile, ed è distribuita (vedi Esempio 15.4) per circa il 12% nell'ultravioletto, per circa il 42% nel visibile e circa il 46% nell'infrarosso.

Nell'interazione con l'atmosfera la radiazione solare subisce modificazioni sia dal punto di vista quantitativo sia nella sua composizione spettrale, per effetto di fenomeni di diffusione, di riflessione e di assorbimento selettivo.

Il fenomeno della diffusione è dovuto all'interazione della luce solare con le molecole dell'atmosfera. Per semplificare la trattazione si può considerare che, quando un raggio di luce bianca solare incide su una molecola presente nell'atmosfera, le radiazioni a lunghezza d'onda maggiore continuano a propagarsi secondo le leggi dell'ottica geometrica e quindi proseguono la loro traiettoria in linea retta. Invece quelle a lunghezza d'onda minore (il blu e il violetto) vengono deflessi anche in direzioni diverse (diffusione o "scattering" di Rayleigh). È questo fenomeno che fa sì che il cielo appare azzurro, che il sole appare giallastro, anziché bianco, quando è alto sull'orizzonte, o rosso al tramonto quando la luce solare attraversa uno spessore maggiore di atmosfera e quindi perde una quota maggiore di componenti a piccola lunghezza d'onda.

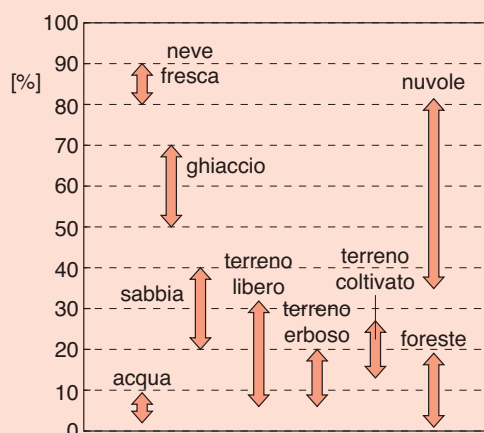


Figura 15.15
Esempi di valori
tipici dell'albedo

È quindi per questo fenomeno che si ha una retrodiffusione di una certa quota della radiazione solare, che, quindi, non raggiunge il suolo terrestre.

Un'altra quota di radiazione solare viene riflessa dall'atmosfera e dalle nuvole

e quindi non raggiunge il suolo terrestre. Anche una parte di quella che arriva al suolo subisce fenomeni di riflessione, a causa del suo “albedo”, che è il termine comunemente usato in climatologia per indicare il coefficiente di riflessione della superficie terrestre. Ovviamente, come schematizzato in Figura 15.15, l'albedo dipende dalle caratteristiche della superficie riflettente.

Ad esempio, le masse d'acqua, come gli oceani eccetera, e le foreste riflettono molto poco e quindi sono un importante sistema di accumulo della radiazione solare.

Al contrario, le superfici innevate e ghiacciate e le nuvole sono fortemente riflettenti. L'albedo medio della Terra, comprendendo anche la riflessione dalle nuvole, è circa pari a 0,3.

La radiazione solare nell'attraversamento dell'atmosfera subisce anche fenomeni di assorbimento. In particolare nella stratosfera, grazie all'ozono (O_3) in essa presente a elevata concentrazione, si ha un assorbimento della radiazione ultravioletta a lunghezza d'onda minore. Infatti se una molecola di ozono viene irradiata con radiazione ultravioletta la assorbe e si ha la scissione $O_3 \rightarrow O_2 + O$. L'ossigeno monoatomico reagisce con una molecola di O_2 per formare ancora ozono, e il ciclo quindi ricomincia.

Ciò fa sì che siano assorbiti totalmente i cosiddetti raggi ultravioletti UV-C e al 95% gli UV-B e quindi che nella radiazione solare al suolo sia presente solo la componente spettrale nell'ultravioletto vicino UV-A (vedi Figura 15.16): tale azione di filtro, eliminando le componenti più energetiche e, quindi, più pericolose per le strutture biologiche ha permesso lo sviluppo della vita sulla Terra.

A partire dalla seconda metà del secolo scorso è stato osservato e studiato un fenomeno di riduzione dello strato di ozono soprattutto nelle regioni artiche (“buco nell'ozono”), che in condizioni normali è ciclico e dovuto a processi naturali, ma che nella situazione attuale è stato accelerato da attività umane nei paesi industrializzati.

Figura 15.16

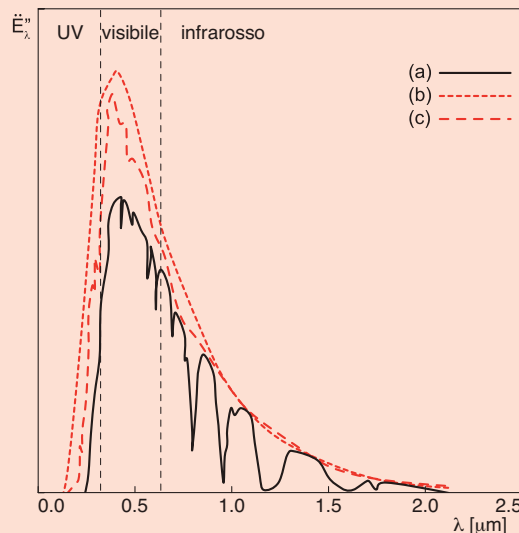
Tipici andamenti della radiazione solare:

(a) al suolo terrestre

(b) al di fuori dell'atmosfera terrestre

(c) distribuzione spettrale del potere emissivo di un corpo nero alla temperatura di

5800 K



In particolare, l'accelerazione del fenomeno è stata soprattutto imputata alla diffusione in atmosfera di composti contenenti cloro e fluoro (i gas clorofluorocarburi o CFC), che legandosi chimicamente con l'ozono atmosferico ne riduce la

concentrazione. Ciò ha portato ad accordi internazionali (Protocollo di Montreal del 1987) che hanno messo al bando tali sostanze, largamente utilizzate ad esempio negli impianti frigoriferi. Ciò ha portato a una politica su scala mondiale di sostituzione dei fluidi frigoriferi CFC con nuovi fluidi privi di cloro e di fluoro.

Altri assorbimenti della radiazione solare avvengono nella troposfera. In questo caso si hanno assorbimenti selettivi nella regione spettrale dell'infrarosso da parte del vapore acqueo e dell'anidride carbonica (CO_2). In particolare, le molecole di CO_2 presenti in atmosfera assorbono fortemente le radiazioni infrarosse a lunghezza d'onda maggiore (IR lontano), ovvero quelle emesse per irraggiamento termico dalla superficie terrestre, dando luogo al fenomeno, detto "effetto serra" illustrato nel paragrafo precedente.

A causa di questi fenomeni, la radiazione solare che raggiunge il suolo terrestre (Figura 15.16) è circa la metà di quella che si ha al bordo esterno dell'atmosfera, ha una composizione spettrale diversa ed è costituita da due componenti:

- la radiazione diretta, ovvero quella che raggiunge il suolo senza avere interagito con le molecole presenti in atmosfera o, comunque, che non è stata deviata nell'interazione;
- la radiazione diffusa, o indiretta, ovvero quella che raggiunge comunque il suolo dopo avere subito deflessioni a causa dell'interazione con le molecole presenti in atmosfera o con le nubi.

Va inoltre tenuto conto che una parte della radiazione che giunge al suolo viene riflessa e in parte è dissipata sotto forma di calore latente per evaporazione dell'acqua.

La determinazione dell'irradiazione solare globale al suolo su superficie orizzontale è quindi estremamente complessa, poiché è una grandezza che dipende dalla latitudine e varia da istante a istante, da stagione a stagione e a seconda della presenza di nubi e che dipende dalla latitudine. Ad esempio, per l'Italia Centrale si può assumere un valore medio dell'irradiazione su superficie orizzontale di circa $180 \text{ [Wm}^{-2}\text{]}$, mentre più a nord, in val Padana, il valore medio è di circa $160 \text{ [Wm}^{-2}\text{]}$ e al sud i valori sono molto più alti (ad esempio più di $200 \text{ [Wm}^{-2}\text{]}$ in Sicilia orientale).

Poiché però la puntuale conoscenza dell'irradiazione solare nelle diverse zone geografiche è di importanza fondamentale in molte applicazioni, come, ad esempio, in climatologia, nella progettazione degli edifici e dei sistemi di sfruttamento della fonte energetica solare, sono state realizzate reti di misura a livello del suolo, coadiuvate da rilevazioni satellitari. Sulla base di tali misure vengono sviluppati modelli di calcolo previsionale per la valutazione dell'irradiazione solare diretta e diffusa in funzione del tempo e della posizione geografica.

[...]

15.7

GRANDEZZE CARATTERISTICHE DELL'IRRAGGIAMENTO

Nel presente paragrafo vengono approfonditi alcuni concetti riguardanti le grandezze caratteristiche dell'irraggiamento che nelle trattazioni precedenti sono stati definiti senza una rigorosa trattazione matematica.

Il primo aspetto riguarda le grandezze che esprimono la direzionalità della radiazione termica emessa da una superficie. Sia nel caso di un corpo nero che in quello di un "corpo grigio" è stata fatta l'ipotesi di emissione diffusa, ovvero che irradiano la stessa potenza termica per unità di superficie in ogni direzione dello spazio.

È evidente che questa è un'assunzione legata ai modelli semplificati utilizzati. Nel caso di emissione da una superficie reale qualunque questa assunzione può non essere vera, per cui occorre tenere conto della direzionalità dell'emissione.

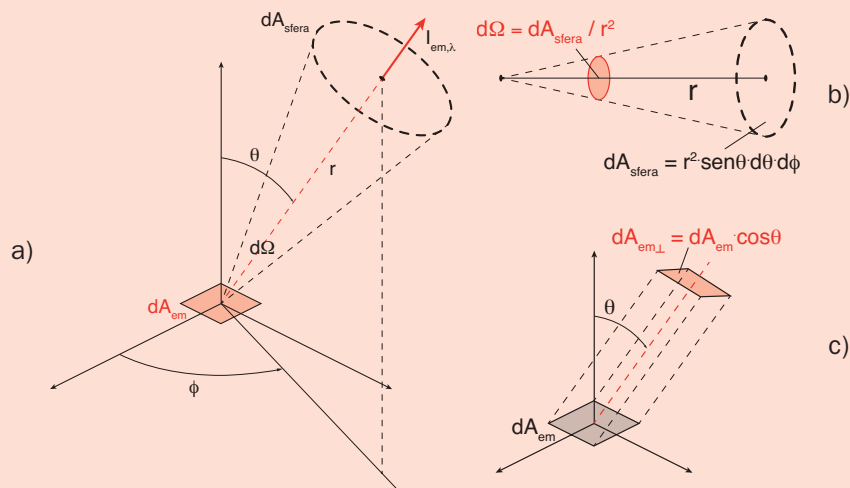
L'intensità di radiazione

Le caratteristiche direzionali di una superficie che emette radiazione termica e quelle della radiazione che incide su una superficie ricevente possono essere specificate mediante la grandezza **intensità di radiazione**.

Si consideri, allora, un elemento infinitesimo di area (dA_{em}) di una superficie che emette radiazione termica in una certa direzione, identificata in un sistema di coordinate sferiche dagli angoli (ϕ) e (θ), all'interno di un angolo solido ($d\Omega$), che sottende un elemento infinitesimo (dA_{sfera}) di superficie sferica, avente raggio (r) e perpendicolare alla direzione di propagazione (Figura 15.38a).

Figura 15.38

Direzionalità dell'emissione di radiazione termica in un sistema di coordinate sferiche:
(a) Emissione in un angolo solido $d\Omega$ della radiazione emessa da un elemento di superficie dA_{em}
(b) Definizione dell'angolo solido $d\Omega$
(c) Componente della superficie dA_{em} perpendicolare alla direzione di emissione



L'angolo solido ($d\Omega$) (Figura 15.38b) è definito come il rapporto tra l'area dell'elemento sotteso di sfera di raggio (r) diviso per il quadrato del raggio (r):

$$d\Omega = \frac{dA_{sfera}}{r^2}$$

L'unità di misura dell'angolo solido è lo steradiano [sr] e si può dimostrare che l'area dell'elemento infinitesimo di sfera sotteso da ($d\Omega$) è:

$$dA_{\text{sfera}} = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

da cui si ricava:

$$d\Omega = \frac{dA_{\text{sfera}}}{r^2} = \frac{r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi}{r^2} = \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (15.96)$$

L'angolo solido totale che sottende una sfera di raggio (r) si calcola integrando la (15.96) con (θ) che va da 0 a π e (ϕ) che va da 0 a 2π :

$$\Omega_{\text{sfera}} = \int_{\text{sfera}} d\Omega = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \right) d\phi = 2\pi [-\cos\theta]_0^{\pi} = 4\pi$$

mentre l'angolo solido che sottende un'emisfera di raggio (r) si calcola integrando la (15.96) con (θ) che va da 0 a $\pi/2$ e (ϕ) che va da 0 a 2π :

$$\Omega_{\text{emisfera}} = \int_{\text{emisfera}} d\Omega = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta \right) d\phi = 2\pi [-\cos\theta]_0^{\pi/2} = 2\pi$$

Per calcolare l'energia radiante che attraversa una qualunque superficie sottesa dall'angolo solido ($d\Omega$) nell'unità di tempo si può utilizzare l'intensità spettrale della radiazione emessa ($I_{\lambda,em}(T, \lambda, \theta, \phi)$) che rappresenta la **energia radiante emessa per unità di tempo alla lunghezza d'onda (λ), nella direzione (θ, ϕ), per unità di area della superficie emittente perpendicolare a tale direzione, all'interno di un angolo solido ($d\Omega$) centrato su tale direzione e per un intervallo di lunghezze d'onda ($d\lambda$), centrato su (λ):**

$$I_{\lambda,em}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{d^3 \dot{Q}_{em}}{dA_{em,\perp} d\Omega d\lambda} \quad (15.97)$$

Osservando che (Figura 15.37c) la proiezione dell'area emittente (A_{em}) sulla perpendicolare alla direzione di emissione è ($A_{em,\perp} = A_{em} \cos\theta$), esprimendo l'angolo solido come ($d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$) (relazione (15.96) e introducendo la grandezza **flusso termico spettrale** ($\dot{Q}_{em,\lambda}''$), ovvero la potenza termica emessa per irraggiamento alla lunghezza d'onda (λ) per unità di superficie emittente, per la quale si ha ($d^2 \dot{Q}_{em,\lambda}'' = \frac{d}{dA_{em} d\lambda}$) si ottiene:

$$I_{\lambda,em}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{d^2 \dot{Q}_{em,\lambda}''}{\cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi} \quad (15.98)$$

Se è nota la distribuzione spettrale dell'intensità emessa in ogni direzione, si può esplicitare nella relazione (15.98) il flusso termico spettrale e lo si può calcolare mediante integrazione sull'angolo solido finito in cui si ha emissione. Ad esempio, il **flusso spettrale emisferico**, cioè emesso all'interno di un angolo solido che sottende un'emisfera si calcola come:

$$\dot{Q}_{em,\lambda}''(T, \lambda) = \frac{d\dot{Q}_{em}(T)}{d\lambda} = \frac{d\dot{Q}_{em}(T)}{d\lambda} = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,em}(T, \lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta \, d\theta \right) d\phi \quad (15.99)$$

e, noto il flusso termico spettrale, il **flusso termico emesso su tutto lo spettro di lunghezze d'onda** si calcola come:

$$\dot{Q}_{em}''(T) = \int_0^{\infty} \dot{Q}_{em,\lambda}''(\lambda) d\lambda \quad (15.100)$$

misurato in $[W m^{-2}]$.

II POTERE EMISSIVO

Il **potere emissivo** di un corpo avente area (A_m), espresso come ($\dot{E}'' = \dot{Q}_{em}'' = \dot{Q}_{em}''/A_m$), è il flusso di calore per unità di tempo e di superficie emesso dal corpo per effetto della sua temperatura assoluta (T) sotto forma di radiazione termica.

Il **potere emissivo** è in generale una funzione oltre che della temperatura (T) anche della direzione in cui avviene l'emissione e della lunghezza d'onda della radiazione emessa: ($\dot{E}_{\lambda}''(T, \lambda, \theta, \Phi)$), che viene detto **potere emissivo spettrale**.

Il **potere emissivo emisferico spettrale** ($\dot{E}_{\lambda}''(T, \lambda)$) è la potenza termica radiante emessa da una superficie a temperatura (T) alla lunghezza d'onda (λ), in tutte le direzioni, per unità di area della superficie emittente e per unità di intervallo di lunghezze d'onda ($d\lambda$) centrato su (λ), misurato quindi in $[W m^{-2} \mu m]$. Può essere espresso in funzione dell'intensità spettrale di radiazione utilizzando la relazione (15.99):

$$\dot{E}_{\lambda}''(T, \lambda) = \dot{Q}_{em,\lambda}''(T, \lambda) = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} I_{em,\lambda}(T, \lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right) d\phi \quad (15.101)$$

Il **potere emissivo emisferico totale** ($\dot{E}''(T)$) è la potenza termica radiante, per unità di area, emessa da una superficie a temperatura (T) in tutte le direzioni e su tutto lo spettro di lunghezze d'onda, misurato, quindi, in $[W m^{-2}]$.

Utilizzando le relazioni (15.99) e (15.100) si ricava:

$$\dot{E}''(T) = \int_0^{\infty} \dot{E}_{\lambda}''(T, \lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} I_{em,\lambda}(T, \lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right] d\phi \right\} d\lambda \quad (15.102)$$

Spesso il termine “emisferico” viene sottinteso, per cui quando si parla, come si è fatto nei paragrafi precedenti semplicemente di potere emissivo ci si riferisce all'emissione in tutte le direzioni.

Generalmente la intensità spettrale che compare nelle relazioni (15.101) e (15.102) è funzione della direzione di emissione. A volte però la superficie emittente può essere considerata **diffondente** o, in altri termini, a emissione diffusa, il che significa che l'intensità spettrale è la stessa in ogni direzione ($I_{em,\lambda}(T, \lambda, \theta, \phi) = I_{em,\lambda}(T, \lambda)$).

Si è visto in precedenza che questa ipotesi può essere utilizzata per le superfici a cui possono essere applicati i modelli di corpo nero o di corpo grigio. In questo caso la (15.101) diventa:

$$\dot{E}_{\lambda}''(T, \lambda) = I_{em,\lambda}(T, \lambda) \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta \right) d\phi$$

Risolviendo l'integrale nella variabile (θ) si ha $\int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta = \left[\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right]_0^{\pi/2} = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$ e quindi: $\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta \right] d\phi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{1}{2} 2\pi = \pi$. Per cui il **potere emissivo spettrale di una superficie diffusante** è dato, semplicemente, da

$$\dot{E}_{\lambda}''(T, \lambda) = \pi I_{em, \lambda}(T, \lambda) \quad (15.103)$$

Nel paragrafo 15.3 si è visto che l'intensità spettrale di un corpo nero è data dalla legge di Planck (15.4): $I_{cn, \lambda}(\lambda, T) = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5 \left(e^{(hc_0/\lambda k_B T)} - 1 \right)}$ che sostituita nella (15.103)

fornisce la distribuzione di Planck (15.6): $\dot{E}_{cn, \lambda}''(\lambda, T) = \pi I_{cn, \lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{(c_2/\lambda T)} - 1 \right)}$, da

cui, per integrazione su tutte le lunghezze d'onda, si ricava la legge di Stefan-

$$\text{Boltzmann (15.8): } \dot{E}_{cn, \lambda}''(T) = \int_0^{\infty} \dot{E}_{cn, \lambda}''(T, \lambda) d\lambda = \sigma T^4.$$

La IRRADIAZIONE

Gli stessi concetti utilizzati per definire la emissione di radiazione termica da parte di una superficie, possono essere applicati al caso di una radiazione termica, ad esempio proveniente da altri corpi emittenti o riflettenti, che incide su una superficie (Figura 13.39).

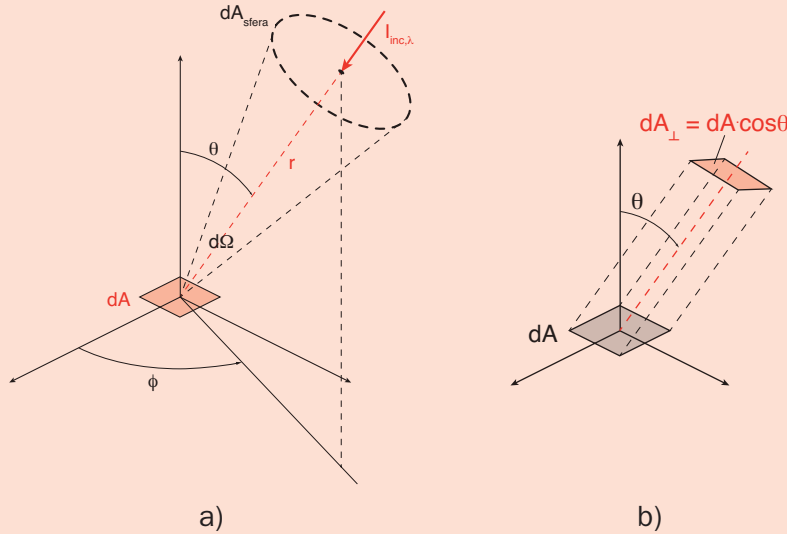


Figura 15.39
Irradiazione di una superficie
(a) Intensità incidente su un elemento di superficie ricevente di area dA
(b) Proiezione della superficie ricevente su un pino normale alla direzione dell'intensità incidente

In questo caso per caratterizzare la distribuzione spettrale e direzionale della radiazione incidente si può usare la intensità spettrale incidente ($I_{inc, \lambda}(\lambda, \theta, \phi)$), che rappresenta la potenza radiante di lunghezza d'onda (λ) che incide sulla superficie ricevente provenendo da una direzione identificata dagli angoli polari (θ, ϕ), per unità di area ricevente perpendicolare alla direzione di incidenza.

Utilizzando relazioni analoghe a quelle ricavate nel caso di emissione di energia radiante, è possibile correlare l'intensità spettrale incidente con il flusso energetico incidente, che viene indicato con la grandezza **Irradiazione (G)**, che tiene conto dell'energia incidente proveniente da tutte le direzioni.

Allora si potrà utilizzare una relazione analoga alla (15.99) per calcolare la **irradiazione spettrale (G_λ)**, definita come la potenza della radiazione di lunghezza d'onda (λ), per unità di area e per unità di intervallo di lunghezza d'onda centrato su (λ), misurata in [Wm⁻²μm]:

$$G_{\lambda}(\lambda) = \dot{Q}_{inc,\lambda}''(\lambda) = \int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} I_{inc,\lambda}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right] d\phi \quad (15.104)$$

Allora l'irradiazione totale (G), che rappresenta la potenza incidente per unità di area su tutte le lunghezze d'onda e da tutte le direzioni, misurata in [Wm⁻²] si ricava dalla relazione:

$$G_{\lambda} = \int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} I_{inc,\lambda}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right] d\phi \right\} d\lambda \quad (15.105)$$

Se si ha **radiazione incidente diffusa** ovvero l'irradiazione è indipendente dalla direzione di provenienza si può dimostrare, in modo del tutto analogo a quanto fatto per il potere emissivo, che la irradiazione spettrale è semplicemente uguale a $\pi I_{inc,\lambda}(\lambda)$, per integrazione su tutte le lunghezze d'onda si ha

$$G = \int_0^{\infty} \pi I_{inc,\lambda}(\lambda) d\lambda = \pi \int_0^{\infty} I_{inc,\lambda}(\lambda) d\lambda = \pi I_{inc} \quad (15.106)$$

La RADIOSITÀ

Se una superficie che emette radiazione termica riflette una frazione della radiazione incidente, la potenza per unità di area della radiazione che lascia la superficie stessa è detta **radiosità (J)**.

Pertanto la radiosità, misurata in [Wm⁻²], è uguale al flusso radiante complessivo dato dalla somma tra potere emissivo della superficie e potenza per unità di area riflessa dalla superficie: $(J = \dot{E}_{emessa}'' + \dot{E}_{riflessa}'')$.

Come è stato fatto per le altre tipologie di flusso radiante si può definire la **radiosità spettrale (J_λ)**, in termini dell'intensità radiativa associata con i processi di emissione e di riflessione ($I_{em+rifl,\lambda}(\lambda, \theta, \phi)$), come:

$$J_{\lambda}(\lambda) = \dot{Q}_{em+rifl,\lambda}''(\lambda) = \int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} I_{em+rifl,\lambda}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right] d\phi \quad (15.107)$$

che rappresenta la potenza termica con lunghezza d'onda (λ) che lascia, in tutte le direzioni, la superficie per unità di area e per unità di intervallo di lunghezze d'onda centrato su (λ) e che si misura in [Wm⁻²μm].

Allora la **radiosità totale (J)**, in [Wm⁻²], si ottiene, al solito integrando la radiosità spettrale su tutte le lunghezze d'onda:

$$J = \int_0^{\infty} J_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} I_{em+rifl,\lambda}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right] d\phi \right\} d\lambda \quad (15.108)$$

Nel caso di **superficie diffondente** si avrà $(J_\lambda(\lambda) = \pi I_{em+diff,\lambda})$ e, per integrazione su tutte le lunghezze d'onda:

$$J = \int_0^\infty \pi I_{em+diff,\lambda}(\lambda) d\lambda = \pi \int_0^\infty I_{em+diff,\lambda}(\lambda) d\lambda = \pi I_{em+diff} \quad (15.109)$$

L'EMISSIVITÀ DI UNA SUPERFICIE

L'emissività di una superficie reale è definita come il rapporto della radiazione emessa dalla superficie rispetto a quella emessa da un corpo nero alla stessa temperatura.

In generale essa dipende dalla temperatura della superficie, dalla lunghezza d'onda della radiazione emessa e dalla direzione in cui la radiazione viene emessa.

Per tenere conto di tutti questi effetti si può far riferimento all'**emissività direzionale spettrale** ($\epsilon_{\lambda,\Omega}(T, \lambda, \theta, \phi)$) che è definita come il rapporto tra l'intensità spettrale emessa alla lunghezza d'onda (λ) nella direzione ($\Omega = (\theta, \phi)$) e quella, ovviamente indipendente dalla direzione, emessa da un corpo nero alla stessa temperatura (T):

$$\epsilon_{\lambda,\Omega}(T, \lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{em,\lambda}(T, \lambda, \theta, \phi)}{I_{cn,\lambda}(T, \lambda)} \quad (15.110)$$

In molti casi l'emissività è la stessa indipendentemente dalla direzione, per cui si può utilizzare la **emissività emisferica spettrale** definita in termini di poteri emissivi:

$$\epsilon_\lambda(T, \lambda) = \frac{E''_\lambda(T, \lambda)}{E''_{cn,\lambda}(T, \lambda)} \quad (15.111)$$

che, utilizzando l'espressione (15.101) per i poteri emissivi diventa:

$$\epsilon_\lambda(T, \lambda) = \frac{E''_\lambda(T, \lambda)}{E''_{cn,\lambda}(T, \lambda)} = \frac{\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} I_{em,\lambda}(T, \lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right) d\phi}{\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} I_{cn,\lambda}(T, \lambda) \cos \theta \sin \theta d\theta \right) d\phi}$$

Essendo ($I_{cn,\lambda}(T, \lambda)$) indipendente dalla direzione si ha:

$$\begin{aligned} \epsilon_\lambda(T, \lambda) &= \frac{\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \frac{I_{em,\lambda}(T, \lambda, \theta, \phi)}{I_{cn,\lambda}(T, \lambda)} \cos \theta \sin \theta d\theta \right) d\phi}{\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta \right) d\phi} = \\ &= \frac{\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \epsilon_{\lambda,\Omega}(T, \lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right) d\phi}{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

da cui si ottiene:

$$\epsilon_\lambda(T, \lambda) = 2 \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \epsilon_{\lambda,\Omega}(T, \lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta \right) d\phi \quad (15.112)$$

Infine si definisce la emissività emisferica totale che è indipendente dalla lunghezza d'onda oltre che dalla direzionalità:

$$\varepsilon(T) = \frac{\dot{E}''(T)}{\dot{E}_{cn}''(T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(T, \lambda) \dot{E}_{cn, \lambda}''(T, \lambda) d\lambda}{\dot{E}_{cn}''(T)} \quad (15.113)$$

Tutte le relazioni precedenti evidenziano l'importanza della conoscenza dell'emissività di una superficie, infatti essa consente di calcolare il potere emissivo della superficie reale semplicemente moltiplicando l'emissività per il potere emissivo del corpo nero alla stessa temperatura.

Una superficie reale la cui emissività varia in funzione della lunghezza d'onda è detta "selettiva" e in tal caso si dovrà utilizzare nel calcolo del potere emissivo l'emissività spettrale.

Il calcolo risulterà, invece, particolarmente semplice nel caso in cui la superficie reale sia diffondente e con emissività indipendente dalla lunghezza d'onda, ovvero se si può applicare il modello di corpo grigio nel qual caso si potrà utilizzare la emissività emisferica totale.

I COEFFICIENTI DI ASSORBIMENTO, RIFLESSIONE E TRASMISSIONE

Nei paragrafi precedenti si è visto che nell'interazione di una superficie reale con un'irradiazione incidente le frazioni di energia assorbita, riflessa e trasmessa possono essere espresse mediante coefficienti che dipendono dalle caratteristiche del materiale di cui la superficie è composta, dalla finitura superficiale, dalla distribuzione spaziale e spettrale della radiazione incidente e dalla temperatura della superficie.

Poiché generalmente la dipendenza dalla temperatura di tali coefficienti è sempre molto piccola, in tutta la trattazione precedente e successiva viene trascurata.

Il **coefficiente di assorbimento** (α_r) è definito come la frazione di irradiazione incidente sulla superficie che viene assorbita.

Trascurando, come si è detto sopra la dipendenza dalla temperatura, in generale (α_r) varia in funzione della distribuzione spaziale e dalla composizione spettrale dell'irradiazione (G_{inc}), per cui in generale si può definire il **coefficiente di assorbimento direzionale spettrale** come:

$$\alpha_{r, \lambda, \Omega}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{bss}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{inc, \lambda}(\lambda, \theta, \phi)} \quad (15.114)$$

ovvero come la frazione dell'intensità spettrale incidente da una direzione (θ, ϕ) che viene assorbita dalla superficie.

Mediando la (15.114) su tutte le direzioni si ricava il **coefficiente di assorbimento emisferico spettrale** definito in termini di irradiazione assorbita e incidente come:

$$\alpha_{r, \lambda}(\lambda) = \frac{G_{bss, \lambda}(\lambda)}{G_{inc, \lambda}(\lambda)} = \frac{\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} \alpha_{r, \lambda, \Omega}(\lambda, \theta, \phi) I_{inc, \lambda}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta \right] d\phi}{\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} I_{inc, \lambda}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta \right] d\phi} \quad (15.115)$$

che nel caso di irradiazione diffusa, ovvero per ($I_{inc, \lambda}$) indipendente dall'angolo di incidenza diventa:

$$\alpha_{r,\lambda}(\lambda) = \frac{\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} \alpha_{r,\lambda,\Omega}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta \right] d\phi}{\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta \right] d\phi} = \frac{\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} \alpha_{r,\lambda,\Omega}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta \right] d\phi}{\pi}$$

Infine, mediando il coefficiente ($\alpha_{r,\lambda}$) su tutte le direzioni, si definisce il coefficiente di assorbimento emisferico totale come:

$$\alpha_r = \frac{G_{ass}}{G_{inc}} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{r,\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda} \quad (15.116)$$

Il **coefficiente di riflessione** ρ_r è definito come la frazione di irradiazione incidente sulla superficie che viene riflessa.

In modo analogo a quanto fatto per il coefficiente di assorbimento si possono introdurre le seguenti definizioni, con significato delle diverse terminologie che dovrebbero ormai essere chiari:

Coefficiente di riflessione direzionale spettrale:

$$\rho_{r,\lambda,\Omega}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{rifi,\lambda}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{inc,\lambda}(\lambda, \theta, \phi)} \quad (15.117)$$

Coefficiente di riflessione emisferico spettrale:

$$\rho_{r,\lambda}(\lambda) = \frac{G_{rifi,\lambda}(\lambda)}{G_{inc,\lambda}(\lambda)} = \frac{\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} \rho_{r,\lambda,\Omega}(\lambda, \theta, \phi) I_{rifi,\lambda}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta \right] d\phi}{\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi/2} I_{rifi,\lambda}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta \right] d\phi} \quad (15.118)$$

Coefficiente di riflessione emisferico totale:

$$\rho_r = \frac{G_{rifi}}{G_{inc}} = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{r,\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda} \quad (15.119)$$

Il **coefficiente di trasmissione** τ_r è definito come la frazione di irradiazione incidente sulla superficie che viene trasmessa. La sua determinazione è generalmente complessa, però in modo analogo a quanto fatto per il coefficiente di riflessione si possono utilizzare le seguenti definizioni:

Coefficiente di trasmissione emisferico spettrale:

$$\tau_{r,\lambda}(\lambda) = \frac{G_{trasm,\lambda}(\lambda)}{G_{inc,\lambda}(\lambda)} \quad (15.120)$$

Coefficiente di trasmissione totale:

$$\tau_r = \frac{G_{trasm}}{G_{inc}} = \frac{\int_0^{\infty} \tau_{r,\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda} \quad (15.121)$$