

GIANNI CESINI  
GIOVANNI LATINI  
FABIO POLONARA

# Fisica tecnica

*seconda edizione*



EDIZIONE DIGITALE SU  
PANDORA  
CAMPUS



**CittaStudi**  
EDIZIONI

# APPROFONDIMENTI

## Capitolo 16

a cura di:  
Gianni Cesini  
Giovanni Latini  
Fabio Polonara

# MECCANISMI COMBINATI DI SCAMBIO TERMICO

## 16.2

### MECCANISMI COMBINATI DI SCAMBIO TERMICO IN REGIME STAZIONARIO IN SISTEMI CON TEMPERATURA SUPERFICIALE NON UNIFORME

Nel Capitolo precedente si sono trattati diversi sistemi di scambio termico costituiti da pareti di diversa geometria che separano due ambienti a diversa temperatura. In tutti i casi trattati si è sempre ipotizzato che la temperatura superficiale della parete sia uniforme su ciascuna faccia. Questa ipotesi è verificata, con buona approssimazione, in molti casi di interesse ingegneristico, ma non può essere utilizzata, ad esempio, nel caso delle superfici alettate che, come si vedrà nel prossimo paragrafo, sono apparati che vengono utilizzati in numerose applicazioni pratiche.

### 16.2.1

#### GENERALITÀ SULLE ALETTE E SULLE SUPERFICI ALETTATE

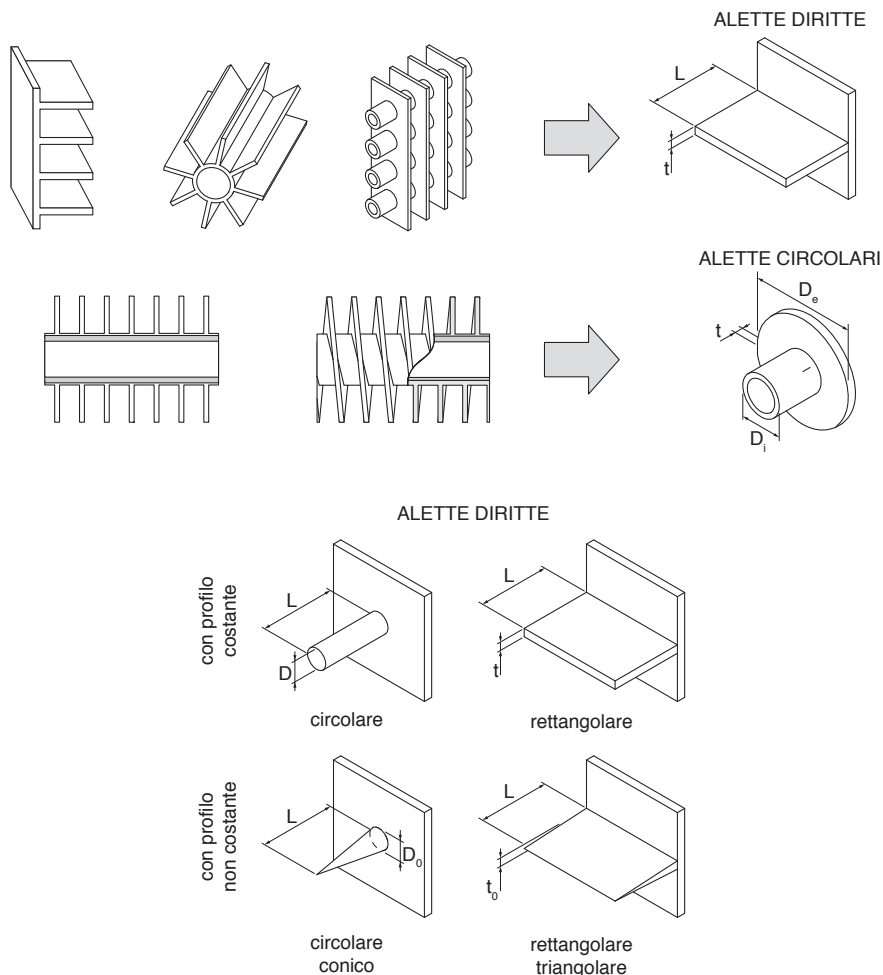
La convezione termica è un metodo molto utilizzato nella pratica ingegneristica per controllare la temperatura di una superficie solida che scambia calore con un fluido a diversa temperatura.

La potenza termica scambiata tra la superficie solida a temperatura ( $T_s$ ) e il fluido a temperatura ( $T_\infty$ ) può essere calcolata mediante la legge di Newton per la convezione:

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) \quad [\text{W}] \quad (16.35)$$

Se le temperature della superficie solida e del fluido sono date come grandezze di progetto, si può aumentare la potenza termica scambiata aumentando il coefficiente di scambio termico ( $h$ ) (ad esempio passando da convezione naturale a convezione forzata, aumentando la velocità di flusso del fluido, promuovendo la turbolenza del flusso del fluido, utilizzando un fluido liquido piuttosto che gassoso ecc.) ovvero aumentando l'area della superficie di scambio.

Il metodo più utilizzato per incrementare lo scambio termico aumentando l'area della superficie di contatto tra solido e fluido è quello basato sull'uso di superfici estese (dette **superfici alettate**), realizzate apponendo sulla superficie delle appendici di materiale fortemente conduttore termico, dette **alette**. La Figura 16.18 mostra esempi di alette e superfici alettate.



**Figura 16.18**  
Esempi di alette  
e superfici alettate

Tipici esempi applicativi di superfici alettate si trovano nelle testate dei motori a combustione interna raffreddati ad aria, nelle batterie di tubi alettati utilizzate negli impianti di riscaldamento e di condizionamento, nei dissipatori termici per il raffreddamento di dispositivi elettronici.

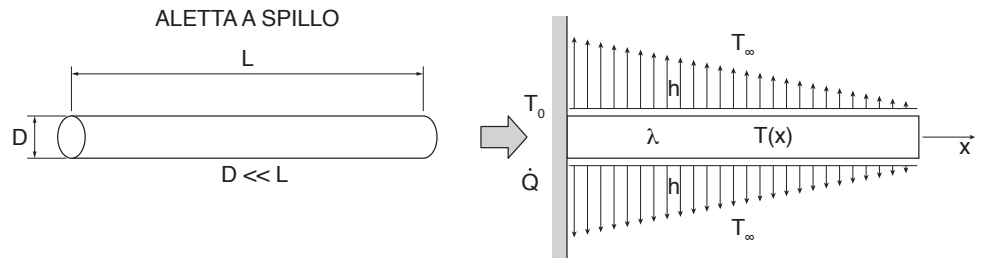
### 16.2.2

#### DISTRIBUZIONE DI TEMPERATURA IN UN'ALETTA POTENZA TERMICA POTENZA DISSIPATA

L'analisi del comportamento termico di una superficie alettata è complicata dal fatto che qualunque aletta, anche se opportunamente realizzata con materiale fortemente conduttore del calore, ha una conducibilità termica finita per cui la sua temperatura non è uniforme ma varia lungo la sua lunghezza.

Per semplificare l'analisi ci si può riferire a una superficie con un'aletta cilindrica a sezione costante con diametro ( $D$ ) molto minore della lunghezza ( $L$ ), comunemente chiamata aletta a spillo (Figura 16.19).

**Figura 16.19**  
Aletta a spillo

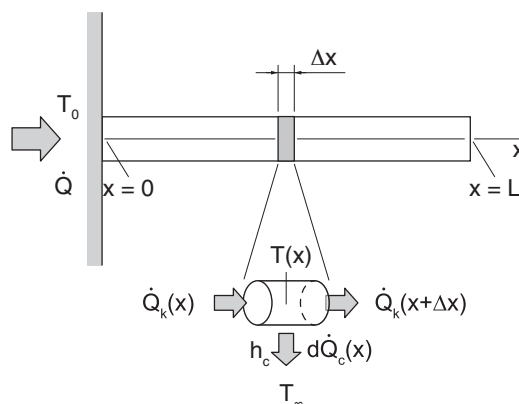


Essendo ( $D \ll L$ ) si può trascurare l'estensione trasversale dell'aletta e ipotizzare, quindi, che su ogni sezione la distribuzione di temperatura sia uniforme. Pertanto la temperatura varierà solo in direzione assiale (l'asse  $x$ ) in Figura 16.19) dalla temperatura ( $T_0 = T_s$ ) in ( $x=0$ ), ovvero alla base dell'aletta a contatto con la superficie solida, alla temperatura ( $T(L)$  in  $x=L$ ) all'estremità libera dell'aletta. Supponendo che l'aletta scambi calore per convezione con un fluido a temperatura ( $T_\infty < T_s$ ), si avrà ( $T_s > T(L) \geq T_\infty$ ). Si suppone inoltre che il materiale con cui è realizzata l'aletta sia omogeneo con conduttività termica ( $\lambda$ ) uniforme, che il coefficiente di scambio termico convettivo tra aletta e fluido sia ( $h_c$ ) indipendente dalla temperatura e uniforme lungo l'aletta, che l'irraggiamento termico sia trascurabile e che il regime sia stazionario senza generazione interna di calore.

Sulla base delle ipotesi fatte, allo stato stazionario, si avrà che la potenza termica ( $\dot{Q}$ ) entrante per conduzione dalla base dell'aletta, fluisce longitudinalmente lungo l'asse ( $x$ ) e viene dissipata per convezione attraverso la superficie laterale dell'aletta verso il fluido esterno.

Per determinare la distribuzione di temperatura ( $T(x)$ ) si può effettuare il bilancio di energia in una posizione generica ( $x$ ) (su un elemento infinitesimo di volume ( $dV = A_{base} \cdot \Delta x$ ), dove ( $A_{base} = \pi D^2/4$ ) è l'area di base dell'aletta cilindrica (Figura 16.20).

**Figura 16.20**  
Bilancio termico  
sull'elemento  
infinitesimo di  
volume ( $dV$ ) nella  
posizione ( $x$ ) lungo  
l'aletta



Allo stato stazionario si avrà che la potenza termica entrante per conduzione nell'elemento di volume ( $dV$ ) a temperatura ( $T(x)$ ) è uguale alla somma della potenza termica uscente per conduzione dal volumetto e della potenza termica ceduta per convezione al fluido esterno a temperatura ( $T_\infty$ ) attraverso la superfi-

cie laterale infinitesima ( $A_l = P \cdot \Delta x$ ) del volume ( $dV$ ) ( $P$  è il perimetro della sezione dell'aletta):

$$\dot{Q}_k(x) = \dot{Q}_k(x + \Delta x) + d\dot{Q}_c(x) \quad (16.36)$$

Ponendo:

$$\dot{Q}_k(x + \Delta x) = \dot{Q}_k(x) + \frac{d\dot{Q}_k(x)}{dx} \Delta x$$

si ottiene

$$\dot{Q}_k(x) = \dot{Q}_k(x) + \frac{d\dot{Q}_k(x)}{dx} \Delta x + \dot{Q}_c(x)$$

e quindi:

$$\frac{d\dot{Q}_k(x)}{dx} \Delta x + d\dot{Q}_c(x) = 0 \quad (16.37)$$

Dal postulato di Fourier della conduzione termica si ha:

$$\dot{Q}_k(x) = -\lambda A_{base} \frac{dT(x)}{dx}$$

Dalla legge di Newton della convezione termica si ha:

$$d\dot{Q}_c(x) = h_c \cdot dA_l [T(x) - T_\infty] = h_c P \Delta x [T(x) - T_\infty]$$

Sostituendo queste relazioni nella (16.37), si ottiene:

$$-\frac{d}{dx} [-\lambda A_{base} \frac{dT(x)}{dx}] = \Delta x + h_c P \Delta x [T(x) - T_\infty] = 0$$

e quindi, ricordando che per le ipotesi fatte ( $\lambda$ ) e ( $A_b$ ) sono costanti:

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} - \frac{h_c P}{\lambda A_{base}} [T(x) - T_\infty] = 0 \quad (16.38)$$

La relazione (16.38) è un'equazione differenziale del secondo ordine, omogenea, a coefficienti costanti, risolvendo la quale, con le opportune condizioni al contorno, si ricava la distribuzione di temperatura ( $T(x)$ ) lungo l'aletta.

Come si può verificare per sostituzione diretta, la soluzione generale dell'equazione (16.38) è:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (16.39)$$

dove  $(T_0)$  è la temperatura della base dell'aletta,  $(T_\infty)$  quella del fluido e:

$$m = \sqrt{\frac{h_c P}{\lambda A_{base}}}$$

è un parametro che dipende dalla situazione fluidodinamica (tramite il coefficiente  $(h_c)$ ), dal materiale dell'aletta (tramite la conduttività termica  $(\lambda)$ ) e dalla geometria dell'aletta (tramite il perimetro  $(P)$  e l'area di base dell'aletta).

I coefficienti  $(C_1)$  e  $(C_2)$  sono costanti di integrazione che dipendono dalle condizioni al contorno.

In tabella 16.4 sono riportate alcune soluzioni dell'equazione (16.38) per un'aletta a spillo con condizione al contorno di temperatura assegnata alla base  $(T(x=0) = T_0)$  e per diverse condizioni al contorno sulla punta dell'aletta, ovvero in  $(x=L)$ .

**Tabella 16.4**

Distribuzione di temperatura nell'aletta a spillo per diverse condizioni al contorno sulla punta

Caso	Condizione al contorno sulla punta dell'aletta	Soluzione
1	adiabatica	$T(x) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)}$
2	convettiva	$T(x) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) \frac{\cosh[m(L-x)] + \left(\frac{h_c}{m\lambda}\right) \sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + \left(\frac{h_c}{m\lambda}\right) \sinh(mL)}$
3	$T(x=L) = T_\infty$ (aletta con lunghezza infinita)	$T(x) = T_\infty + (T_0 - T_\infty)e^{-mx}$
Funzioni che appaiono nelle soluzioni		
Seno iperbolico: $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ Coseno iperbolico: $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$		

Delle tre condizioni al contorno la più aderente alla realtà fisica è, ovviamente, la seconda, ma poiché si è ipotizzato che  $(D \ll L)$  la potenza termica scambiata per convezione dalla punta dell'aletta con il fluido può essere considerata, con buona approssimazione, trascurabile.

Allora si può utilizzare la prima soluzione, ovvero quella con condizione al contorno adiabatica in  $(x=L)$ , per ricavare alcune indicazioni sulle caratteristiche dell'aletta, che nonostante le approssimazioni fatte hanno validità generale.

In Figura 16.21 è graficato l'andamento della temperatura per quattro diverse alette a spillo.

La distribuzione di temperatura numero 1 si riferisce a un'**aletta ideale**, ovvero con conduttività termica infinita, in cui quindi la temperatura è uniforme in qualunque punto lungo  $(x)$  e pari alla temperatura  $(T_0)$  della base.

È evidente che una simile aletta consentirebbe di dissipare il massimo di potenza termica pari a:

$$\dot{Q}_{ideale} = h_c A_{aletta} (T_0 - T_\infty) \quad (16.40)$$

dove ( $A_{aletta}$ ) è l'area dell'aletta che scambia calore con il fluido, che, nel caso di un'aletta a spillo cilindrica con l'estremità isolata avente diametro ( $D$ ) e lunghezza ( $L$ ), è: ( $A_{aletta} = P \cdot L = \pi D \cdot L$ ).

È evidente che l'aletta ideale non esiste, ma può costituire un utile riferimento per valutare le proprietà delle alette reali.

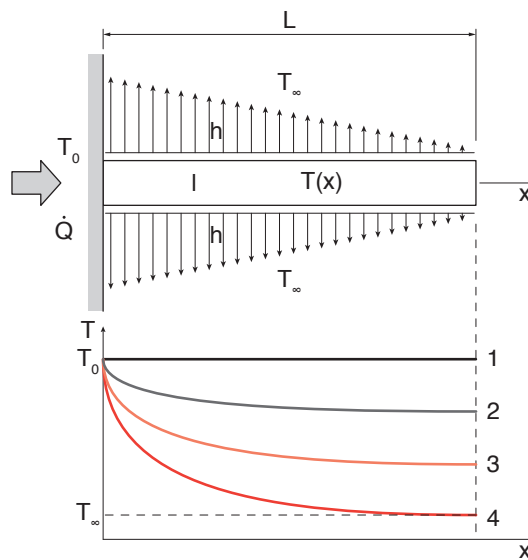
Le altre tre distribuzioni di temperatura in Figura 16.21 si riferiscono ad alette reali con diversi valori del parametro ( $mL$ ). È evidente che all'aumentare del parametro ( $mL$ ) la distribuzione di temperatura differisce sempre più da quella dell'aletta ideale, per cui è facile intuire che le prestazioni di un'aletta peggiorano all'aumentare del parametro ( $mL$ ). In particolare la differenza di temperatura tra aletta e fluido esterno varia al variare di ( $x$ ) e, tranne in ( $x=0$ )), è sempre minore del valore massimo ( $T_0 - T_\infty$ ) per cui, a parità di condizioni, la potenza termica dissipata da un'aletta reale sarà sempre minore di quella dell'aletta ideale data dalla relazione (16.40).

Si può dimostrare che per un'aletta a spillo con la punta adiabatica (ovvero per la quale si trascura la dissipazione convettiva dalla punta) la potenza termica dissipata è data da:

$$\dot{Q} = \sqrt{\lambda Ph_c} A_{base} (T_0 - T_\infty) \frac{\sinh(mL)}{\cosh(mL)} = \sqrt{\lambda Ph_c} A_{base} (T_0 - T_\infty) \tanh(ml) \quad (16.41)$$

Si noti inoltre che per ( $mL=10$ ) la temperatura della punta dell'aletta è praticamente uguale a quella del fluido esterno, per cui una tale aletta può essere equiparata al caso di aletta infinita. È facile dimostrare che, nei limiti di validità di tale approssimazione, la potenza dissipata è calcolabile come:

$$\dot{Q} = \sqrt{\lambda Ph_c A_{base}} (T_0 - T_\infty) \quad (16.42)$$



**Figura 16.21**

Distribuzione di temperatura in una aletta a spillo cilindrica a sezione costante:

- 1) Aletta ideale;
- 2) Aletta con estremità isolata con ( $mL = 1$ );
- 3) Aletta con estremità isolata con ( $mL = 2$ );
- 4) Aletta con estremità isolata con ( $mL = 10$ )

### 16.2.3

#### PARAMETRI CARATTERISTICI DI UN'ALETTA: EFFICIENZA ED EFFICACIA DI UN'ALETTA

Un parametro caratteristico molto importante per valutare le prestazioni di un'aletta e orientare la scelta da parte del progettista è la **efficienza di un'aletta**, indicata con il simbolo ( $\eta_{aletta}$ ) e definita come il rapporto tra la potenza termica ( $\dot{Q}_{aletta}$ ) scambiata dall'aletta in esame e la potenza ( $\dot{Q}_{ideale}$ ), scambiata nelle stesse condizioni termiche e fluidodinamiche, da un'aletta ideale, ovvero con distribuzione di temperatura uniforme pari a quella  $T_0$  della base:

$$\eta_{aletta} = \frac{\dot{Q}_{aletta}}{\dot{Q}_{ideale}} = \frac{\dot{Q}_{aletta}}{h_c A_{aletta} (T_0 - T_\infty)} \quad (16.43)$$

Per un'aletta a spillo cilindrica a sezione costante con la punta adiabatica si può sostituire la (16.42) nella (16.43) e si ottiene:

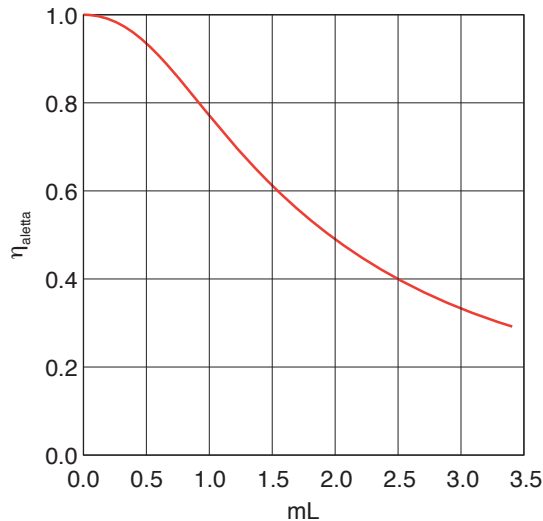
$$\eta_{aletta} = \frac{\sqrt{\lambda P h_c A_{base}} \operatorname{tgh}(mL)}{h_c A_{aletta}}$$

da cui, ricordando che l'area laterale è data da ( $A_{aletta} = P \cdot L$ ) e che il parametro ( $m$ ) è dato da ( $m = \frac{\sqrt{h_c P}}{\lambda A_{base}}$ ), con semplici passaggi si ricava:

$$\eta_{aletta} = \frac{\operatorname{tgh}(mL)}{mL} \quad (16.44)$$

In Figura 16.22 è graficato l'andamento dell'efficienza ( $\eta_{aletta}$ ) in funzione del parametro ( $mL$ ).

**Figura 16.22**  
Efficienza di una  
aletta a spillo  
in funzione del  
parametro ( $mL$ )





Esaminando il grafico si ricava immediatamente che l'efficienza di un'aletta è tanto maggiore quanto minore è il parametro  $(mL)$  dove:  $(mL = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}}} L)$ .  
Pertanto si desume che:

- le alette hanno efficienza tanto più elevata quanto più è basso il valore del coefficiente di scambio termico convettivo ( $h_c$ ), ovvero hanno prestazioni migliori se si scambia calore con un gas in convezione naturale piuttosto che con un liquido in convezione forzata;
- le alette hanno efficienza tanto più elevata quanto più è alto il valore della conduttività termica ( $\lambda$ ), ovvero devono essere costruite con materiali ottimi conduttori del calore, come ad esempio il rame o l'alluminio.

Se si conosce l'efficienza dell'aletta, il calcolo della potenza termica scambiata con il fluido è banale poiché può essere ricavato in termini della potenza ( $\dot{Q}_{ideale}$ ) e, quindi, di grandezze di progetto come la temperatura della base dell'aletta e quella del fluido:

$$\dot{Q}_{aletta} = \eta_{aletta} = \dot{Q}_{ideale} = \eta_{aletta} h_c A_{aletta} (T_0 - T_\infty) \quad (16.45)$$

Ovviamente il calcolo di ( $\eta_{aletta}$ ) con la relazione (16.44) vale nel caso trattato di un'aletta a spillo con la punta isolata, ma nella letteratura tecnica si trovano le formule per numerose tipologie di alette sia a sezione costante che a sezione variabile. In ogni caso le indicazioni fornite dalla trattazione precedente possono essere ritenute valide in generale.

Un altro parametro di grande importanza è l'**efficacia dell'aletta** ( $\epsilon_{aletta}$ ). L'uso di questo parametro è motivato dal fatto che le alette aumentano la superficie di scambio e quindi innalzano lo scambio termico, ma tale aumento deve essere tale da giustificare l'aumento di costo, di peso e di ingombro. Pertanto oltre a utilizzare alette con elevata **efficienza** occorre verificare che il loro uso sia vantaggioso.

Per comprendere la ragione della necessità di tale valutazione, occorre considerare che, dal punto di vista termico, la presenza dell'aletta riduce la resistenza convettiva ( $\frac{1}{hA_{aletta}} < \frac{1}{hA_{base}}$ ), ma introduce una sua resistenza conduttiva che in

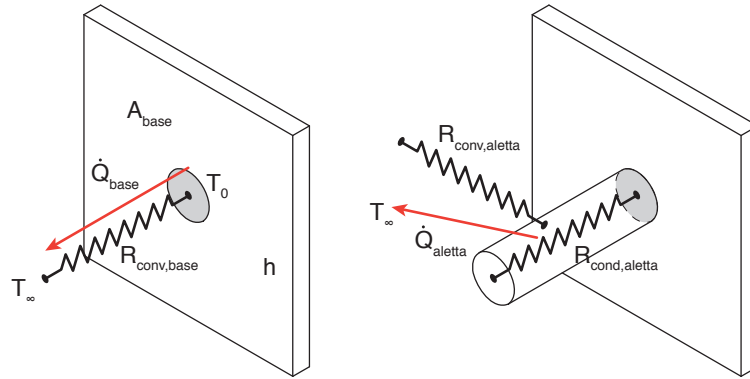
assenza di aletta non c'è (cfr. Figura 16.23).

Pertanto occorre che la diminuzione della resistenza convettiva sia ampiamente vantaggiosa rispetto all'aumento della resistenza conduttiva.

L'efficacia ( $\epsilon_{aletta}$ ) è definita come il rapporto tra la potenza termica dissipata dall'aletta e la potenza termica dissipata dalla superficie corrispondente alla base dell'aletta in assenza dell'aletta stessa:

$$\epsilon_{aletta} = \frac{\dot{Q}_{aletta}}{\dot{Q}_{base}} \quad (16.45)$$

**Figura 16.23**  
Modello resistivo  
in assenza di  
aletta (a) e in  
presenza di aletta  
(b)



La potenza dissipata dalla superficie di base in assenza dell'aletta è ( $\dot{Q}_{base} = h_c A_{base} (T_0 - T_\infty)$ ).

La potenza dissipata dall'aletta, nel caso di un'aletta a spillo di lunghezza infinita è data da (equazione 16.42):

$$(\dot{Q}_{aletta} = \sqrt{\lambda P h_c A_{base}} (T_0 - T_\infty) \quad (16.42)$$

Pertanto l'efficacia di un'aletta di lunghezza sufficientemente grande da poter essere approssimata come infinita è:

$$\varepsilon_{aletta} = \frac{\dot{Q}_{aletta}}{\dot{Q}_{base}} = \frac{\sqrt{\lambda P h_c A_{base}} (T_0 - T_\infty)}{h_c A_{base} (T_0 - T_\infty)} = \sqrt{\frac{\lambda P}{h_c A_{base}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h_c A_{base}}{\lambda P}}} \quad (16.46)$$

Pertanto, se si vuole che l'aletta sia molto vantaggiosa il denominatore della (16.46) deve essere molto minore di (1):

$$\varepsilon_{aletta} \gg 1 \quad \text{se} \quad \sqrt{\frac{h_c A_{base}}{\lambda P}} \ll 1 \quad (16.47)$$

Si noti che un risultato analogo si ottiene anche se si considera un'aletta di lunghezza finita con la estremità isolata, per la quale, utilizzando la relazione (16.41) si ha:

$$\varepsilon_{aletta} = \frac{\tanh(mL)}{\sqrt{\frac{h_c A_{base}}{\lambda P}}} \quad (16.48)$$

In effetti la condizione (16.47) necessaria per avere un'elevata efficacia, anche se ricavata in un caso particolare, può essere applicata, con buona approssimazione, a ogni tipo di aletta.

Introducendo una lunghezza caratteristica dell'aletta ( $L_{caratt} = A_{base}/P$ ), la condizione (16.45) può essere scritta come:

$$\sqrt{\frac{h_c L_{caratt}}{\lambda}} = \sqrt{\frac{L_{caratt}/\lambda}{1/h_c}} \quad (16.49)$$

Il termine a numeratore può essere visto come rappresentativo della resistenza termica unitaria conduttiva ( $R_{k,u,int}$ ) all'interno dell'aletta, mentre quello a denominatore è la resistenza termica unitaria convettiva esterna ( $R_{c,u,est}$ ). Pertanto la condizione perché si abbia un'elevata vantaggiosità nell'utilizzazione di un'aletta diventa:

$$\varepsilon_{aletta} \gg 1 \quad \text{se} \quad \sqrt{\frac{R_{k,u,int}}{R_{c,u,est}}} = \sqrt{Bi} \ll 1 \quad (16.50)$$

$Bi = \frac{R_{k,u,int}}{R_{c,u,est}} = \frac{h_c L_{caratt}}{\lambda}$  è il gruppo adimensionale detto **numero di Biot**.

Analizzando i risultati ottenuti si può concludere con le seguenti indicazioni di carattere pratico:

- il coefficiente di **conduttività termica** ( $\lambda$ ) del materiale di cui l'aletta è composta deve essere il **più alto possibile**;
- il **rapporto tra area della sezione e perimetro dell'aletta** ( $A_{base}/P = L_{caratt}$ ) deve essere il **più piccolo possibile**. La lunghezza caratteristica è data da:

$$(L_{caratt} = \frac{A_{base}}{P} = \frac{\pi D^2/4}{\pi D} = \frac{D}{4}) \quad \text{nel caso di un'aletta a spillo cilindrica e}$$

$$(L_{caratt} = \frac{A_{base}}{P} = \frac{a \cdot d}{2(a+d)} \approx \frac{a \cdot d}{2a} = \frac{d}{2}) \quad \text{nel caso di un'aletta piana a sezione}$$

rettangolare con un lato ( $a$ ) e spessore ( $d$ ), con ( $d \ll a$ ), questo criterio è soddisfatto

da **alette piane di piccolo spessore o da alette a spillo sottili**;

- è conveniente usare le alette nei casi in cui il **coefficiente di scambio termico convettivo** ( $h_c$ ) risulta basso, ad esempio quando lo scambio avviene per convezione naturale e quando il fluido refrigerante è un gas. In alcune applicazioni con ( $h_c$ ) particolarmente elevato (liquidi con convezione forzata o fluidi in cambiamento di fase) l'alettatura può addirittura essere controindicata.

### Esempio 16.6

Una aletta a spillo cilindrica a sezione costante, avente diametro  $D=4$  mm, lunghezza  $L=2$  cm, la cui base è mantenuta alla temperatura  $T_0 = 80$  °C, scambia calore per convezione termica con un fluido a temperatura  $T_\infty = 20$  °C. Trascurando la dissipazione di calore dalla punta dell'aletta, determinare:

- l'efficienza dell'aletta
- l'efficacia dell'aletta
- la potenza termica scambiata

nei seguenti casi:

- a) convezione naturale in gas con coefficiente di scambio termico convettivo  $h_c = 10 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ 
  - a<sub>1</sub>) aletta in lega di alluminio ( $\lambda = 150 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )
  - a<sub>2</sub>) aletta in acciaio inossidabile ( $\lambda = 15 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )
- b) convezione forzata in liquido con coefficiente di scambio termico convettivo  $h_c = 1000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ 
  - b<sub>1</sub>) aletta in alluminio ( $\lambda = 200 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )
  - b<sub>2</sub>) aletta in acciaio inossidabile ( $\lambda = 15 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )
- c) convezione in un fluido in cambiamento di fase con coefficiente di scambio termico convettivo  $h_c = 10000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ 
  - c<sub>1</sub>) aletta in alluminio ( $\lambda = 200 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )
  - c<sub>2</sub>) aletta in acciaio inossidabile ( $\lambda = 15 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )

### Analisi

Il problema può essere risolto utilizzando le relazioni valide per aletta a spillo a sezione circolare con condizione al contorno adiabatica in  $x=L$ .

L'efficienza può essere calcolata con la relazione (16.44)

$$\eta_{\text{aletta}} = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

con:

$$mL = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{\text{base}}}} L$$

dove per l'aletta a spillo si ha  $P = \pi \cdot D$  e  $A_{\text{base}} = \pi \cdot D^2/4$

La potenza termica dissipata dall'aletta può essere calcolata con la relazione (16.45)

$$\dot{Q}_{\text{aletta}} = \eta_{\text{aletta}} \dot{Q}_{\text{ideale}} = \eta_{\text{aletta}} h_c A_{\text{aletta}} (T_0 - T_{\infty}) \text{ dove } A_{\text{aletta}} = \pi \cdot D \cdot L.$$

Una volta nota la potenza dissipata dall'aletta, si può calcolare la sua efficacia con la relazione (16.46):

$$\epsilon_{\text{aletta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aletta}}}{\dot{Q}_{\text{base}}} \text{ dove } \dot{Q}_{\text{base}} = h_c A_{\text{base}} (T_0 - T_{\infty})$$

### Soluzione

Sostituendo i valori numerici nelle relazione riportate sopra si ottengono i seguenti risultati.

	Aletta in lega di alluminio ( $\lambda = 150 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )	Aletta in acciaio inossidabile ( $\lambda = 15 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )
	Convezione naturale in un gas $h_c = 10 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	
Efficienza $\eta$	0,99	0,92
Potenza $\dot{Q}_{\text{aletta}}$	0,15	0,14
Efficacia $\varepsilon$	~20	~18
	Convezione forzata in un liquido $h_c = 1000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	
Efficienza $\eta$	0,57	0,19
Potenza $\dot{Q}_{\text{aletta}}$	8,55	2,92
Efficacia $\varepsilon$	~11	~4
	Convezione forzata in un fluido in cambiamento di fase $h_c = 10000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	
Efficienza $\eta$	0,19	0,06
Potenza $\dot{Q}_{\text{aletta}}$	29,2	9,23
Efficacia $\varepsilon$	~4	~1

### Discussione

I risultati ottenuti mostrano chiaramente che la aletta in alluminio ha sempre prestazioni migliori di quella in acciaio inossidabile. Inoltre l'alluminio ha il vantaggio della maggiore leggerezza e più facile lavorabilità rispetto all'acciaio inossidabile, che invece presenta migliori prestazioni dal punto di vista della resistenza meccanica e alla corrosione. Comunque dal punto di vista termico si vede che nel caso di scambio termico in convezione naturale in un gas (ovvero con un basso valore di  $h_c$ ) le prestazioni delle due alette sono confrontabili.

Nel caso di convezione forzata in un liquido con elevato coefficiente di scambio termico l'efficienza delle alette diminuisce in modo assolutamente inaccettabile nel caso di quella in acciaio inossidabile, che inoltre presenta anche un basso valore dell'efficacia.

L'aletta in alluminio ha un valore accettabile dell'efficacia, ma la sua efficienza è al di sotto del valore limite di accettabilità: infatti in pratica si cerca sempre di operare con efficienza maggiore di 0,6.

È evidente quindi che nel caso di una parete di separazione fra due fluidi costituiti da un lato da gas in convezione naturale o forzata a bassa velocità e dall'altro da un liquido in convezione forzata sarà sempre conveniente alettare lato gas.

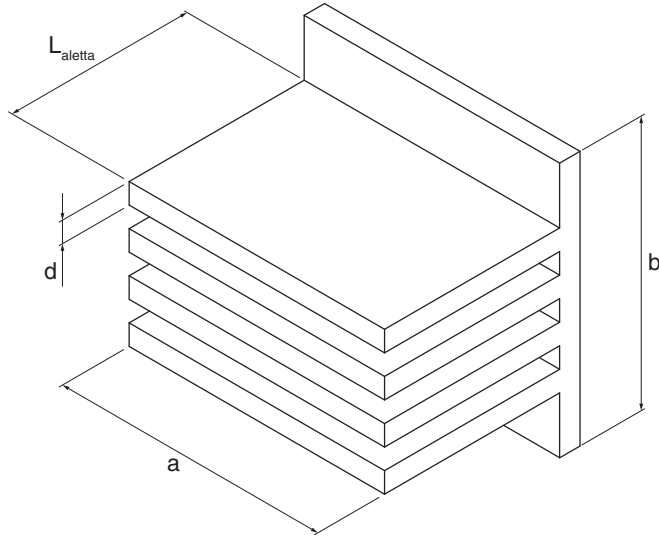
Infine i risultati relativi al caso del fluido in cambiamento di fase le prestazioni delle alette diventano pessime, per cui, come si vedrà meglio nel paragrafo successivo, non sarà mai conveniente ad esempio alettare scambiatori di calore come i condensatori o gli evaporatori, a meno che non si utilizzino raffinate e costose tecniche di microalettatura.

## 16.2.4

## SUPERFICI ALETTATE

Una superficie alettata è costituita da una parete che generalmente ha simmetria piana o cilindrica avente area frontale ( $A_{sup}$ ) alettata su cui si ha una fila costituito da ( $N$ ) alette aventi ciascuna area di base ( $A_b$ ) e area esposta al fluido ( $A_{aletta}$ ).

**Figura 16.24**  
Superficie alettata



Con riferimento alla Figura 16.24, considerando che ( $a \gg d$ ) e ( $L_{aletta} \gg d$ ), si ha:

$$A_{sup} = a \cdot b \quad (16.51)$$

$$A_{base} = a \cdot d \quad (16.52)$$

$$A_{aletta} \cong 2a \cdot L_{aletta} \quad (16.53)$$

e quindi l'area totale esposta al fluido delle ( $N$ ) alette sarà

$$A_{tot, alette} = N \cdot A_{aletta} \quad (16.54)$$

mentre l'area della superficie non alettata sarà:

$$A_{non alettata} = A_{sup} - N \cdot A_{base} \quad (16.55)$$

Quindi l'area totale della superficie alettata che scambia calore con il fluido è:

$$A_{tot} = A_{tot, alette} + A_{non alettata} = N \cdot A_{aletta} + (A_{sup} - N \cdot A_{base}) \quad (16.56)$$

La superficie non alettata e la base delle alette si trovano a temperatura ( $T_0$ ) mentre il fluido è alla temperatura ( $T_\infty$ ), nella trattazione seguente si ipotizzerà che

sia ( $T_0 > T_\infty$ ), per cui si avrà flusso di calore dalla superficie alettata più calda al fluido più freddo. In questo caso generalmente ci si riferisce alla superficie alettata con il termine **dissipatore di calore**. Ovviamente, però, i risultati ottenuti sono di validità generale e possono essere applicati anche al caso in cui sia ( $T_0 < T_\infty$ ).

Tra la superficie alettata e il fluido si ha convezione termica con coefficiente di scambio termico convettivo ( $h_c$ ), supposto uguale sia sulla superficie non alettata che sulle superfici delle alette.

Così come la prestazione termica di una singola aletta può essere espressa mediante la sua efficienza ( $\eta_{aletta}$ ), quella della superficie alettata è espressa in termini della sua **efficienza totale** ( $\eta_{sup}$ ), definita come:

$$\eta_{sup} = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{\dot{Q}}{h_c A_{tot} (T_0 - T_\infty)} \quad (16.57)$$

dove ( $\dot{Q}$ ) è la potenza termica globalmente scambiata con il fluido dalla superficie alettata e ( $\dot{Q}_{max}$ ) è la potenza termica massima che verrebbe scambiata dalla superficie alettata se si trovasse tutta alla temperatura ( $T_0$ ).

La potenza ( $\dot{Q}$ ) è uguale alla potenza dissipata dalle alette ( $\dot{Q}_{alette}$ ) sommata a quella dissipata dalla superficie libera dalle alette ( $\dot{Q}_{non\ alettata}$ ):

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \dot{Q}_{alette} + \dot{Q}_{non\ alettata} = (\eta_{aletta} h_c N A_{aletta} + h_c A_{non\ alettata}) (T_0 - T_\infty) = \\ &= h_c [N \eta_{aletta} A_{aletta} + (A_{sup} - N A_{base})] (T_0 - T_\infty) \end{aligned}$$

Sostituendo tale risultato nella (16.51) si ottiene

$$\eta_{sup} = \frac{N \eta_{aletta} A_{aletta} + (A_{sup} - N A_{base})}{A_{tot}} \quad (16.58)$$

Conoscendo l'efficienza della superficie alettata ( $\eta_{sup}$ ) si può calcolare la potenza termica scambiata con il fluido come:

$$\dot{Q} = \eta_{sup} h_c A_{tot} (T_0 - T_\infty) \quad (16.59a)$$

Ovviamente, utilizzando la relazione (16.58) si può ricavare la potenza termica in funzione dell'efficienza delle alette ( $\eta_{aletta}$ ) e del numero ( $N$ ) delle alette utilizzate:

$$\dot{Q} = [N \eta_{aletta} A_{aletta} + (A_{sup} - N A_{base})] h_c (T_0 - T_\infty) \quad (16.59b)$$

Se ( $\dot{Q}$ ) è nota, dalla relazione (16.59b) si può ricavare il numero ( $N$ ) di alette necessarie per dissipare tale potenza termica:

$$N = \frac{\frac{\dot{Q}}{h_c (T_0 - T_\infty)} - A_{sup}}{\eta_{aletta} A_{aletta} - A_{base}} \quad (16.59c)$$

Si può utilizzare il metodo resistivo introducendo la resistenza termica ( $R_{tot}$ ) e la conduttanza termica ( $G_{tot}$ ) della superficie alettata:

$$\dot{Q} = \frac{T_0 - T_\infty}{R_{tot}} = G_{tot}(T_0 - T_\infty) \quad (16.60)$$

In analogia con quanto fatto per le pareti piane e cilindriche la relazione (16.60) può anche essere scritta come:

$$\dot{Q} = U_{TOT} A (T_0 - T_\infty)$$

dove ( $U_{TOT}$ ) è la conduttanza unitaria detta anche **coefficiente globale di scambio termico della superficie alettata**.

( $A$ ) è una superficie di riferimento, che spesso viene posta uguale all'area frontale della superficie alettata ( $A_{sup}$ ) che, generalmente è il dato di progetto, per cui si ha:

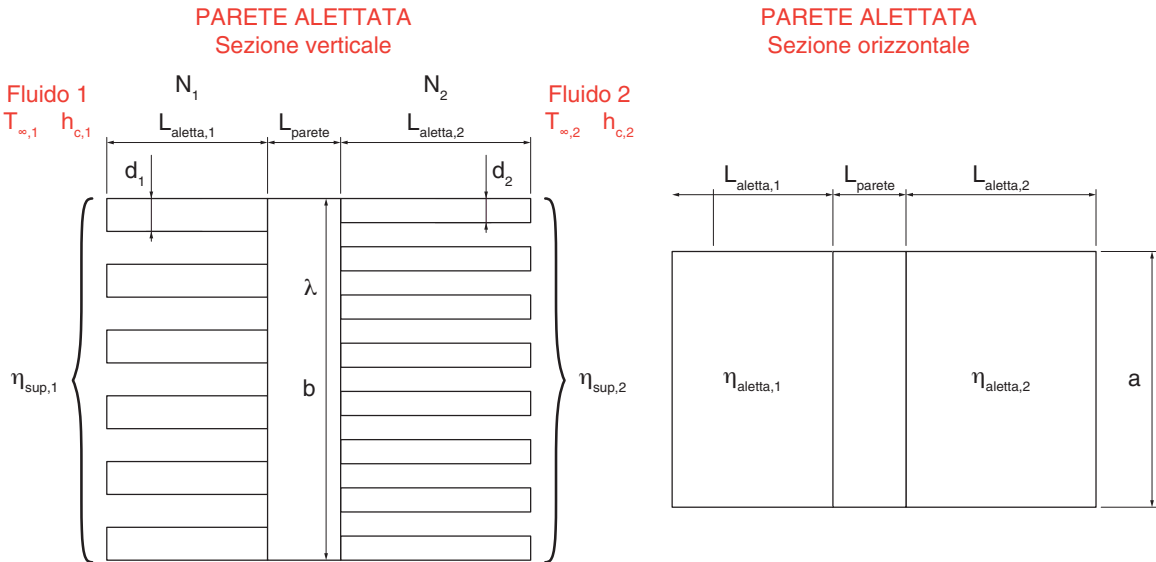
$$U_{TOT} = \frac{\dot{Q}}{A_{sup}(T_0 - T_\infty)} = \frac{\eta_{sup} h_c A_{tot} (T_0 - T_\infty)}{A_{sup}(T_0 - T_\infty)} = \eta_{sup} h_c \frac{A_{tot}}{A_{sup}} \quad (16.61)$$

**Figura 16.25**

Parete alettata su entrambi i lati che separa due fluidi a temperature differenti

Il risultato appena ottenuto può essere applicato a diversi casi di interesse pratico.

Il caso più generale dal punto di vista teorico, anche se in realtà è raramente utilizzato in pratica, è quello di una **parete alettata su entrambi i lati, che separa due fluidi aventi temperature differenti ( $T_{\infty,1}$ ) e ( $T_{\infty,2}$ )**.



Allora, con riferimento alla configurazione geometrica e alla simbologia riportate in Figura 16.25 si può utilizzare la relazione (16.58) per calcolare l'efficienza ( $\eta_{sup,1}$ ) e ( $\eta_{sup,2}$ ) di ciascuna superficie alettata.



Si può poi considerare che l'analogo elettrico del sistema è costituito da tre resistenze termiche, aventi resistenze termiche unitarie (riferite all'area frontale della parete  $A_{sup}=a \cdot b$ ):

- $R_{u,1} = \frac{1}{\eta_{sup,1} h_{c,1} \frac{A_{tot,1}}{A_{sup}}}$  per la resistenza della superficie alettata lato fluido a temperatura ( $T_{\infty,1}$ );
- $R_{u,k} = \frac{L_{parete}}{\lambda}$  per la resistenza conduttiva della parete;
- $R_{u,1} = \frac{1}{\eta_{sup,2} h_{c,2} \frac{A_{tot,2}}{A_{sup}}}$  per la resistenza della superficie alettata lato fluido a temperatura ( $T_{\infty,2}$ ).

Ovviamente, per il calcolo delle grandezze geometriche si utilizzeranno le relazioni da (16.51) a (16.56) con i valori di ciascuna superficie alettata.

Poiché le tre resistenze termiche sono collegate in serie la resistenza totale sarà uguale alla loro somma e, quindi, il coefficiente globale di scambio termico sarà:

$$U_{TOT} = \frac{1}{\frac{1}{\eta_{sup,1} h_{c,1} \frac{A_{tot,1}}{A_{sup}}} + \frac{L_{parete}}{\lambda_{parete}} + \frac{1}{\eta_{sup,2} h_{c,2} \frac{A_{tot,2}}{A_{sup}}}} \quad (16.62)$$

Si noti che se la parete non è alettata si ha, ovviamente, ( $N_1=0$ ), ( $N_2=0$ ) e ( $A_{tot,1}=A_{tot,2}=A_{sup}$ ) e dalla (16.58) si ottiene ( $\eta_{sup,1}=\eta_{sup,2}=1$ ) e la (16.62) diventa:

$$U_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{h_{c,1}} + \frac{L_{parete}}{\lambda_{parete}} + \frac{1}{h_{c,2}}}$$

per cui si ritrova il risultato già ottenuto in precedenza per una parete piana posta tra due fluidi a diversa temperatura.

Un caso pratico interessante è quello dei **dissipatori di calore alettati** che sono largamente utilizzati **per controllare la temperatura di dispositivi elettronici**: tipicamente la superficie del dispositivo deve essere mantenuta alla temperatura di progetto ( $T_{sup,1}$ ), ottimale per il suo funzionamento, in presenza di una generazione di potenza di potenza termica da parte del dispositivo ( $\dot{Q}$ ).

Il dispositivo elettronico viene raffreddato mediante convezione termica con un fluido a temperatura ( $T_{\infty}$ ) con coefficiente di scambio termico convettivo ( $h_c$ ). Se l'area ( $A_{sup}$ ) della superficie del dispositivo esposta al fluido non è sufficiente per smaltire la potenza termica prodotta, si può innalzare lo scambio termico applicando sulla superficie del dispositivo un dissipatore termico alettato (Figura 16.26).

Supponendo che la temperatura della faccia del dissipatore a contatto con la superficie del dispositivo sia uguale a ( $T_{sup,disp}$ ) (ovvero si ipotizza un contatto termico perfetto all'interfaccia), si può determinare la potenza termica scambiata uti-

lizzando la rete di resistenze termiche indicata in Figura 16.26, costituita dalla resistenza termica conduttiva della base del dissipatore e dalla resistenza termica della superficie alettata del dissipatore.

Allora la relazione (16.62) diventa:

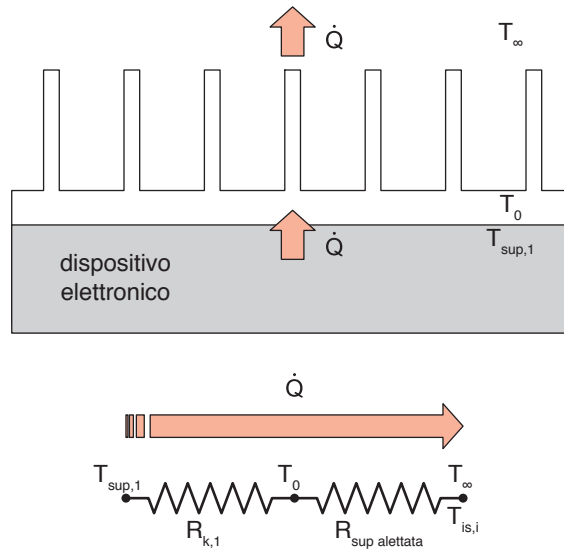
$$U_{TOT} = \frac{1}{\frac{L_{parete}}{\lambda_{parete}} + \frac{1}{\eta_{sup} h_c \frac{A_{tot}}{A_{sup}}}} \quad (16.63)$$

con ovvio significato dei simboli.

Una volta che è noto il coefficiente globale di scambio termico del dissipatore, il calcolo della potenza termica dissipata è banale:

$$\dot{Q} = U_{TOT} A_{sup} (T_{sup,1} - T_{\infty}) \quad (16.64)$$

**Figura 16.26**  
Schema del dissipatore alettato applicato su un dispositivo elettronico e rete resistiva equivalente



Spesso in queste applicazioni le grandezze note di progetto sono la temperatura massima ( $T_{sup,1}$ ) ammissibile per il suo buon funzionamento e la potenza termica prodotta dal dispositivo e che deve essere smaltita verso il fluido esterno dal dissipatore. Generalmente i produttori dei dissipatori forniscono direttamente la conduttanza termica del dissipatore ( $U_{TOT} A_{sup}$ ) che dovrà essere scelta in modo tale da verificare la relazione (16.64) con i dati di progetto.

Il risultato (16.63) appena ottenuto può essere adattato anche a molti altri casi di grande importanza, sia in applicazioni meccaniche (ad esempio raffreddamento ad aria di motori a combustione interna), sia in applicazioni termotecniche (ad esempio, scambiatori di calore, terminali d'ambiente in impianti di riscaldamento e condizionamento) è quello di una **parete alettata su un solo lato che separa due fluidi a temperature diverse** ( $T_{\infty,1}$  e  $T_{\infty,2}$ ) (al solito ipotizzando  $T_{\infty,1} > T_{\infty,2}$ ).

Generalmente viene alettato il lato in cui si ha un coefficiente di scambio termico convettivo molto basso, come ad esempio se si ha convezione naturale in un aeriforme, mentre non si aletta il lato in cui si ha un coefficiente convettivo molto alto (ad esempio convezione forzata con un liquido o con un fluido in cambiamento di fase).

Infatti in questo ultimo caso sia la efficienza che la efficacia delle alette sarebbero inaccettabilmente basse (ad esempio con convezione forzata in un liquido) o addirittura l'alettatura potrebbe essere controproducente (ad esempio in convezione con un fluido in cambiamento di fase). Tutto ciò è stato ricavato nell'Esempio 16.6 per un'aletta a spillo ma può essere accettato come un'utile indicazione per qualunque tipo di superficie alettata.

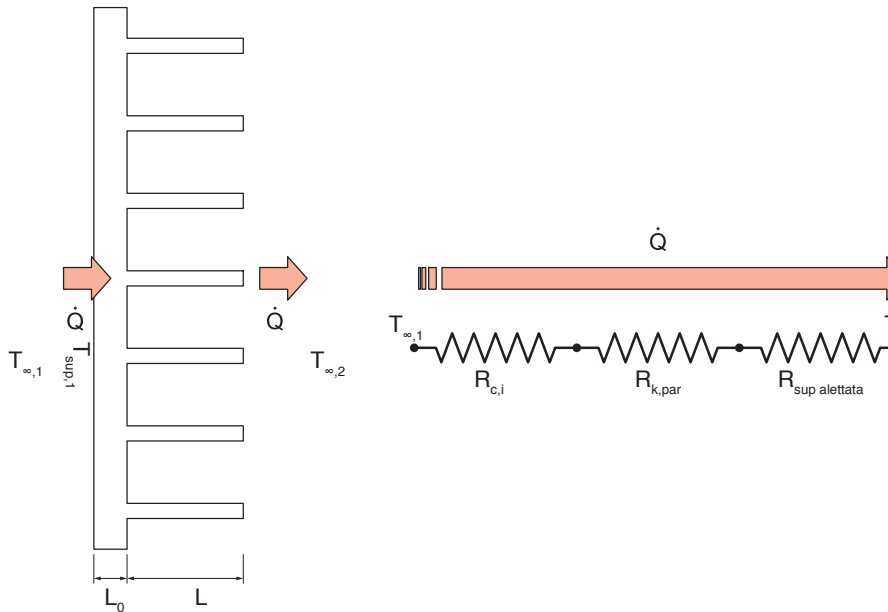
Al più, nelle applicazioni attuali, per innalzare lo scambio termico su superfici di condensatori o evaporatori, utilizzati ad esempio nelle applicazioni frigorifere si può ricorrere a tecniche di microalettatura.

In ogni caso, per pareti di separazione tra due fluidi in cui l'alettatura si applica su un solo lato la relazione (16.62) diventa:

$$U_{TOT} = \frac{1}{\frac{1}{h_{c,1}} + \frac{L_0}{\lambda} + \frac{1}{\eta_{sup} h_{c,2} \frac{A_{tot}}{A_{sup}}}} \quad (16.65)$$

e la potenza termica scambiata tra i due fluidi si calcola al solito come:

$$\dot{Q} = U_{TOT} A_{sup} (T_{\infty,1} - T_{\infty,2}) \quad (16.66)$$



**Figura 16.27**  
Schema della  
parete alettata  
e rete resistiva  
equivalente

Un caso di grande utilità pratica è quello di una **parete a simmetria cilindrica**, come un tubo di lunghezza ( $L_{tubo}$ ), raggio interno ( $r_{i,tubo}$ ) e raggio esterno ( $r_{e,tubo}$ ),

sulla cui superficie esterna vengono applicate  $N$  alette circolari aventi raggio interno ( $r_{i,aletta}=r_{e,tubo}$ ), raggio esterno ( $r_{e,aletta}$ ), spessore ( $d$ ) ed efficienza ( $\eta_{aletta}$ ).

Allora le grandezze geometriche caratteristiche di questa configurazione saranno:

$$A_{sup,i} = 2\pi r_{i,tubo} L_{tubo} \quad ;$$

$$A_{sup,e} = 2\pi r_{e,tubo} L_{tubo} \quad ;$$

$$A_{base} = 2\pi r_{i,aletta} d \quad ;$$

$$A_{aletta} \cong 2\pi (r_{e,aletta}^2 - r_{i,aletta}^2)$$

$$A_{tot,alette} = N \cdot A_{aletta} \quad ;$$

$$A_{non\ aleettata} = A_{sup,e} - N \cdot A_{base} \quad ;$$

$$A_{TOT,e} = N \cdot A_{aletta} + (A_{sup,e} - N \cdot A_{base})$$

Note tali grandezze l'efficienza della superficie alettata esterna potrà essere calcolata con la relazione (16.59a) o (16.59b) e la potenza termica scambiata tra i due fluidi come:

$$\dot{Q} = U_{TOT} A_{rif} (T_{\infty,i} - T_{\infty,e})$$

dove ( $T_{\infty,i}$ ) e ( $T_{\infty,e}$ ) sono, rispettivamente, la temperatura del fluido che scorre all'interno del tubo e quella del fluido esterno e ( $A_{rif}$ ) è la superficie di riferimento scelta.

La conduttanza globale ( $G_{TOT}=U_{TOT}A_{rif}$ ) può essere calcolata come:

$$G_{TOT} = U_{TOT} A_{rif} = \frac{1}{\frac{1}{h_{c,i} A_{sup,i}} + \frac{\ln\left(\frac{r_{e,tubo}}{r_{i,tubo}}\right)}{2\pi L_{tubo} \lambda_{tubo}} + \frac{1}{\eta_{sup} h_{c,e} A_{TOT,e}}} \quad (16.67)$$

dove ( $h_{c,i}$ ) e ( $h_{c,e}$ ) sono, rispettivamente, i coefficienti di scambio termico convettivo, ( $\lambda_{tubo}$ ) è la conduttività termica del materiale del tubo e ( $\eta_{sup}$ ) è l'efficienza della superficie alettata esterna, calcolabile con la relazione (16.57).

Dovrebbe essere ormai chiaro che i termini a denominatore nella (16.67) rappresentano la resistenza termica convettiva tra fluido interno e superficie interna del tubo, la resistenza termica conduttiva del materiale solido all'interno del tubo e, infine, la resistenza termica della superficie alettata esterna.

Dalla relazione (16.67) si può ricavare il valore del coefficiente globale di scambio termico  $U_{TOT}$

$$U_{TOT} = \frac{G_{tot}}{A_{rif}} A_{rif} = \frac{1}{\frac{A_{rif}}{h_{c,i} A_{sup,i}} + \frac{A_{rif} \ln\left(\frac{r_{e,tubo}}{r_{i,tubo}}\right)}{2\pi L_{tubo} \lambda_{tubo}} + \frac{A_{rif}}{\eta_{sup,alettata} h_{c,e} A_{TOT,e}}}$$

che, ovviamente, dipenderà dalla superficie di riferimento scelta, che potrà essere o la superficie interna del tubo ( $A_{sup,i}$ ) o quella esterna ( $A_{sup,e}$ ). Scegliendo, ad esempio, la superficie interna del tubo ( $A_{rif} = A_{sup,i} = 2\pi r_{i,tubo} L_{tubo}$ ) si ha:

$$U_{TOT} = \frac{1}{\frac{1}{h_{c,i}} + \frac{r_{i,tubo} \ln\left(\frac{r_{e,tubo}}{r_{i,tubo}}\right)}{\lambda_{tubo}} + \frac{2\pi r_{i,tubo} L_{tubo}}{\eta_{sup,alettata} h_{c,e} A_{TOT,e}}} \quad (16.68)$$

che è analoga alla relazione (16.65) per una parete piana alettata su un solo lato.

### Esempio 16.7

Un dispositivo elettronico genera una potenza termica  $\dot{Q}_{gen} = 2W$ , che deve essere dissipata dalla sua superficie esterna, che è rettangolare con lati  $a = 3$  cm e  $b = 4$  cm e che scambia calore con un fluido esterno a temperatura  $T_{\infty,e} = 25$  °C con coefficiente di scambio termico convettivo  $h_c = 10$  W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>.

- Determinare se è possibile in tali condizioni mantenere il dispositivo elettronico ad una temperatura superficiale non superiore al valore critico  $T_{0,max} = 90$  °C, oltre la quale si possono avere malfunzionamento e, se la temperatura dovesse crescere troppo oltre tale valore, la rottura dei circuiti interni.
- Nel caso non fosse possibile mantenere la temperatura al di sotto della temperatura critica  $T_{max}$ , determinare le caratteristiche di un dissipatore alettato con cui risolvere il problema.

#### Analisi

Dapprima occorre verificare se la superficie del dispositivo è in grado di dissipare la potenza termica generata senza l'uso di un dissipatore, calcolando la temperatura di equilibrio come

$$T_0 = T_{\infty,e} + \frac{\dot{Q}_{gen}}{h_c A_{sup}}$$

Se tale temperatura è superiore alla temperatura critica massima sarà necessario applicare al dispositivo un dissipatore alettato che dovrà avere un coefficiente

te globale di scambio termico non minore di quello ricavabile dalla relazione (16.64):

$$U_{TOT,min} = \frac{\dot{Q}_{gen}}{A_{sup}(T_{0,max} - T_{\infty,e})}$$

A questo punto si sceglierà un dissipatore con caratteristiche tali da garantire un coefficiente di scambio termico almeno uguale o superiore al valore così ottenuto.

### Soluzione

Caso a) Dispositivo elettronico senza dissipatore di calore

La potenza termica dissipata dalla superficie del dispositivo elettronico in assenza di un dissipatore alettato è:

$$\dot{Q} = h_c A_{sup} (T_{sup} - T_{\infty,e})$$

dove  $A_{sup} = a \cdot b = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ .

Pertanto la temperatura di equilibrio della superficie del dispositivo nel caso in cui la potenza da dissipare sia pari a  $\dot{Q}_{gen}$  è:

$$T_0 = T_{\infty,e} + \frac{\dot{Q}_{gen}}{h_c A_{sup}} = 192^\circ\text{C}$$

molto più alta della temperatura  $T_{max}=90^\circ\text{C}$  massima accettabile.

Caso b) Dispositivo elettronico con dissipatore termico alettato

Per innalzare lo scambio termico si può applicare sulla superficie libera del dispositivo elettronico un dissipatore alettato, come in Figura 16.26.

Per garantire la condizione di progetto  $T_{0,max}=90^\circ\text{C}$  il dissipatore dovrà avere un coefficiente globale di scambio termico non minore di:

$$U_{TOT,min} = \frac{\dot{Q}}{A_{sup}(T_{0,max} - T_{\infty,e})} = 51,3$$

Si sceglie un dissipatore avente le seguenti caratteristiche:

Area di base uguale a quella del dispositivo  $A_{sup}=a \cdot b=1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

Spessore della base  $L_{parete}=5 \text{ mm}$

Conducibilità termica  $\lambda=200 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

$N=7$  alette rettangolari aventi:

Larghezza:  $a_{aletta}=a=3 \text{ cm}$

Spessore:  $d_{aletta}=3 \text{ mm}$

Lunghezza:  $L_{aletta}=1,5 \text{ cm}$

Efficienza:  $\eta_{aletta}=0,90$

Le aree caratteristiche della superficie alettata sono:

Area frontale del dissipatore:  $A_{sup}=1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ ,

Area della base di ciascuna aletta:  $A_{base,al}=a_{aletta} \cdot d_{aletta}=9,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ ,

Area totale di ciascuna aletta (trascurando quella del bordo)  $A_{tot,al} \cong 2(a_{aletta} \cdot L_{aletta}) = 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ;

Area totale della superficie non alettata:  $A_{non\ alettata} = A_{sup} - N \cdot A_{base,al} = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  ;

Area totale del dissipatore esposta al fluido:  $A_{tot} = N \cdot A_{tot,aletta} + (A_{sup} - N \cdot A_{base,al}) = 6,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

Si può quindi calcolare l'efficienza della superficie alettata con la relazione (16.58):

$$\eta_{sup} = \frac{N\eta_{aletta}A_{tot,aletta} + (A_{sup} - NA_{base,al})}{A_{tot}} = 0,91$$

La resistenza termica unitaria conduttiva della base del dissipatore è:

$$R_{u,k,parete} = \frac{L_{parete}}{\lambda} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ K m}^2\text{W}^{-1}$$

mentre quella della superficie alettata è:

$$R_{u,sup,alettata} = \frac{A_{sup}}{\eta_{sup} h_c A_{tot}} = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ K m}^2\text{W}^{-1}$$

per cui il coefficiente globale di scambio termico del dissipatore è:

$$U_{TOT,diss} = \frac{1}{R_{u,k,parete} + R_{u,sup,alettata}} = 103,7 \text{ W m}^2\text{K}^{-1}$$

Il dissipatore risponde ampiamente ai requisiti richiesti e si può infine calcolare la temperatura della superficie del dispositivo elettronico che sarà mantenuta:

$$T_0 = T_{\infty,e} + \frac{\dot{Q}_{gen}}{U_{TOT,diss} A_{sup}} = 57^\circ\text{C}$$

### Discussione

Come già evidenziato sopra il dissipatore garantisce il rispetto delle condizioni di progetto. La temperatura prevista della superficie del dispositivo è ampiamente inferiore a quella critica.

In realtà utilizzando la relazione (16.59c) si ricava che per dissipare 2 W sarebbero sufficienti 3 alette.

Il dissipatore è evidentemente sovradimensionato, ma la sua scelta può comunque essere giustificata per garantirsi un opportuno fattore di sicurezza in caso di inconvenienti tecnici che possano ridurre le prestazioni in fase di esercizio, quali ad esempio una diminuzione del coefficiente di scambio termico convettivo, o difetti costruttivi che, ad esempio, non garantiscano un contatto termico ottimale tra dissipatore e dispositivo elettronico.

### Esempio 16.8

Il cilindro di un motore ha raggio interno  $r_{i,cil} = 6,5$  cm, raggio esterno  $r_{e,cil} = 7,0$  cm, altezza  $L_{cil} = 12$  cm e conduttività termica del materiale  $\lambda_{cil} = 20$  W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>. Per mantenere la temperatura della sua faccia interna in regime stazionario al valore  $T_{int,cil} = 250$  °C viene raffreddato mediante convezione termica con un fluido esterno alla temperatura  $T_{\infty,e} = 20$  °C, con coefficiente di scambio termico convettivo  $h_c = 20$  W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>. La sua superficie esterna è alettata con  $N=8$  alette circolari aventi spessore  $d=3$  mm e raggio interno  $r_{i,al} = r_{e,cil} = 7,0$  cm e raggio esterno  $r_{e,al} = 10,0$  cm.

Calcolare:

- La potenza termica dissipata dal cilindro alettato
- La potenza termica che il cilindro dissiperebbe in assenza di alette

#### Analisi

La potenza dissipata dal cilindro alettato si può calcolare mediante la relazione

$$\dot{Q} = U_{TOT} A (T_{\infty,i} - T_{\infty,e})$$

dove la conduttanza globale ( $U_{TOT}A$ ) si calcola con la relazione (16.67) adattata al caso in esame, in cui non va considerata la resistenza convettiva interna in quanto è nota la temperatura della faccia interna del cilindro.

Allora si ha:

$$G_{TOT} = U_{TOT} A_{rif} = \frac{1}{\frac{\ln\left(\frac{r_{e,tubo}}{r_{i,tubo}}\right)}{2\pi L_{tubo} \lambda_{tubo}} + \frac{1}{\eta_{sup} h_{c,e} A_{TOT,e}}}$$

dove il primo termine al denominatore è la resistenza termica conduttiva  $R_{k,cil}$  e il secondo termine è la resistenza termica della superficie alettata, in cui compare la efficienza della superficie alettata stessa  $\eta_{sup}$  che è data dalla relazione (16.58)

#### Soluzione

Caso a): Cilindro alettato

Le grandezze geometriche necessarie per la soluzione sono:

$$A_{sup,e} = 2\pi r_{e,cil} L_{cil} = 0,0528 \text{ m}^2$$

$$A_{base,al} = 2\pi r_{i,aletta} d = 0,0013 \text{ m}^2$$

$$A_{tot,aletta} = 2\pi(r_{e,aletta}^2 - r_{i,aletta}^2) = 0,0320 \text{ m}^2$$

$$A_{tot,alette} = N \cdot A_{aletta}$$

$$A_{non\ alettata} = A_{sup,e} - N \cdot A_{base}$$



$$A_{TOT,e} = N \cdot A_{aletta} + (A_{sup,e} - N \cdot A_{base}) = 0,2986$$

Utilizzando tali dati si ottiene che l'efficienza della superficie alettata è:

$$\eta_{sup} = \frac{N\eta_{aletta}A_{aletta} + (A_{sup} - NA_{base})}{A_{tot}} = 0,94$$

La resistenza termica conduttiva del materiale omogeneo con cui è realizzato il cilindro è:

$$R_{k,cil} = \frac{\ln\left(\frac{r_{e,cil}}{r_{i,cil}}\right)}{2\pi L_{cil} \lambda_{cil}} = 0,049 \text{ K W}^{-1}$$

La resistenza termica della superficie alettata è:

$$R_{sup\ alett} = \frac{1}{\eta_{sup} h_{c,e} A_{TOT,e}} = 0,178 \text{ K W}^{-1}$$

Allora la conduttanza globale del cilindro alettato è:

$$U_{TOT,alettato} A = \frac{1}{R_{sup\ alett}} = 5,6 \text{ W K}^{-1}$$

e la potenza termica dissipata dal cilindro alettato è:

$$\dot{Q}_{aletta} = U_{TOT,alettato} A = 5,6 \text{ W K}^{-1} (250 - 20) \text{ K} = 1290 \text{ W}$$

Caso b): Cilindro non alettato

Se il cilindro non fosse alettato, la sua resistenza termica conduttiva sarebbe la stessa, mentre la resistenza termica convettiva sulla superficie esterna diventerebbe:

$$R_{c,sup} = \frac{1}{h_c A_{sup}} = 0,948 \text{ K W}^{-1}$$

e la conduttanza globale del cilindro nudo sarebbe:

$$U_{TOT,cil} A = \frac{1}{R_{k,cil} + R_{c,sup}} = 1,05 \text{ W K}^{-1}$$

per cui la potenza termica dissipata sarebbe soltanto:

$$\dot{Q}_{non\ alettato} = (U_{TOT,cil} A) (T_{int\ cil} - T_{\infty,e}) = 241 \text{ W}$$

**Discussione**

I risultati ottenuti mostrano chiaramente l'importanza dell'alettatura. Infatti il rapporto tra le potenze termiche dissipate con e senza alette è:

$$\frac{\dot{Q}_{alettato}}{\dot{Q}_{non\ alettato}} = 5,4$$

che sostanzialmente è indicativo dell'efficacia della superficie alettata. In assenza di alettatura non si riuscirebbe certamente a dissipare la potenza termica prodotta all'interno del cilindro e ciò, ovviamente, provocherebbe un grave surriscaldamento del cilindro stesso.

**16.2.5****RESISTENZA DI CONTATTO**

Nei paragrafi precedenti nel caso di pareti multistrato con diverse geometrie e nel caso del dissipatore applicato su una superficie si è sempre implicitamente ipotizzato che il contatto tra le superfici affacciate l'una sull'altra fosse perfetto. Infatti si è sempre ipotizzato che la temperatura delle due facce a contatto tra di loro fosse la stessa.

In realtà, a causa della rugosità delle superfici, il contatto avviene solo per punti, mentre tra questi si hanno degli interstizi riempiti dal fluido (gas o liquido) in cui il sistema è immerso.

Il contatto quindi non è perfetto e la presenza del fluido che separa parzialmente le due superfici introduce una resistenza termica detta **resistenza di contatto**.

Tale resistenza termica è sempre di tipo conduttivo perché, considerate le piccolissime dimensioni delle cavità interstiziali il fluido è in quiete.

La determinazione della resistenza di contatto è complicata poiché dipende da numerosi fattori, quali, ad esempio:

- la rugosità delle superfici;
- il tipo di fluido;
- la pressione di contatto tra i due mezzi.

In generale, la resistenza di contatto è trascurabile nel caso di pareti costituite da materiali con bassa conduttività termica quali i materiali isolanti o i materiali da costruzione non metallici.

Può invece non essere trascurabile quando i corpi a contatto sono costituiti da materiali buoni conduttori termici come quelli metallici. In questo caso, infatti, le resistenze conduttive delle pareti risultano generalmente basse e quindi la resistenza di contatto può causare una caduta di temperatura tra le facce a contatto tra di loro.

Un tipico esempio è costituito dal caso di un dissipatore metallico alettato applicato ad una superficie da raffreddare. La presenza di una resistenza di contatto non trascurabile farà sì che la temperatura della superficie del dissipatore non coinciderà più con la temperatura della superficie da raffreddare.

In questi casi occorre stimare l'entità della resistenza di contatto, cosa certamente non facile, oppure si può eliminare o ridurre l'inconveniente oltre che utilizzando superfici molto levigate, anche aumentando la pressione di contatto o interponendo tra le due superfici opportuni fluidi ad elevata conduttività termica. Infine, un caso particolare di resistenza di contatto è quella dovuta, soprattutto per superfici esposte a fluidi, alla formazione di ossidi o alla deposizione di incrostazioni dovute a materiali presenti nel fluido: in questo caso, comune ad esempio negli scambiatori di calore, si parla di resistenza di sporcamento (o di fouling).

[...]

### 16.3.7

#### EFFICIENZA DI UNO SCAMBIATORE DI CALORE

Il metodo del  $(\Delta T_{ML})$  è adatto alla progettazione degli scambiatori di calore quando si conoscano le portate, le temperature di ingresso dei fluidi e almeno una temperatura di uscita.

L'uso del  $(\Delta T_{ML})$  diventa però più macchinoso quando si vogliano, per esempio, valutare le prestazioni di uno scambiatore esistente al variare delle portate dei fluidi.

In questi casi è molto più conveniente applicare un metodo sviluppato da Kays e London nel 1955<sup>1</sup>, il quale si basa sul concetto di efficienza di uno scambiatore di calore.

Si definisce efficienza di uno scambiatore ( $\epsilon$ ) il rapporto adimensionale tra la potenza termica effettivamente scambiata ( $\dot{Q}$ ) e la potenza termica massima ( $\dot{Q}_{max}$ ) scambiabile in uno scambiatore in controcorrente perfetta di area di scambio infinita.

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} \quad (16.118)$$

Per determinare ( $\dot{Q}_{max}$ ) è utile considerare che in uno scambiatore il salto massimo di temperatura è dato dalla differenza tra le temperature di ingresso dei due fluidi:

$$\Delta T_{max} = (T_{ic} - T_{if}) \quad [K] \quad (16.119)$$

Ciò significa che la massima potenza termica si scambia quando il fluido freddo si riscalda fino a raggiungere la temperatura di ingresso del fluido caldo o quando il fluido caldo si raffredda fino a raggiungere la temperatura di ingresso del fluido freddo.

Queste condizioni limite, però, non possono essere raggiunte contemporaneamente, anche in un ipotetico scambiatore di lunghezza infinita, se non quando ( $C_c = C_h$ ).

<sup>1</sup> W.M. Kays and A.L. London, *Compact Heat Exchangers*, Krieger Publishing Company, 1997.

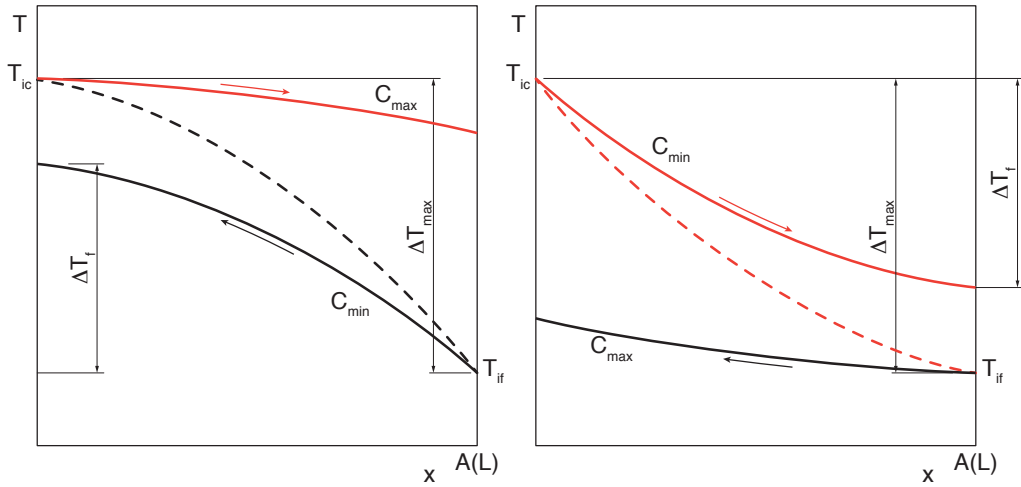
Nelle condizioni più comuni, in cui ( $C_c \neq C_h$ ), poiché:

$$\dot{Q} = C_c (T_{ic} - T_{uc}) = C_f \cdot (T_{uf} - T_{if}) \quad [\text{W}] \quad (16.120)$$

**Figura 16.41**  
Determinazione  
della differenza  
massima di  
temperatura in uno  
scambiatore in  
controcorrente

il fluido con la capacità termica di flusso più piccola è quello che sperimenta il salto di temperatura maggiore, e quindi è l'unico che può arrivare, sempre in un ipotetico scambiatore di lunghezza infinita, al salto di temperatura massimo.

In Figura 16.41 sono mostrate le due situazioni, e si vede bene che è il fluido con capacità termica di flusso minore, e solo quello, che può lavorare con il salto di temperatura massimo.



In definitiva, la potenza termica massima che può essere trasferita in uno scambiatore di calore è pari a:

$$\dot{Q}_{\max} = C_{\min} (T_{ic} - T_{if}) \quad [\text{W}] \quad (16.121)$$

Per determinare la potenza termica massima è sufficiente conoscere le portate in massa dei due fluidi e la loro temperatura di ingresso, non serve conoscere anche una delle due temperature di uscita.

Se è possibile determinare l'efficienza ( $\epsilon$ ) del dato scambiatore, allora la potenza termica effettivamente scambiata si calcola, senza conoscere le temperature di uscita, con la:

$$\dot{Q} = \epsilon \cdot \dot{Q}_{\max} = \epsilon \cdot C_{\min} (T_{ic} - T_{if}) \quad [\text{W}] \quad (16.122)$$

Il problema è quindi ricondotto alla determinazione dell'efficienza ( $\epsilon$ ).  
È possibile dimostrare che:

$$\epsilon = \epsilon \left( NTU, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}, \text{disposizione di flusso} \right) \quad (16.123)$$

Cioè che l'efficienza dipende dal rapporto tra le capacità termiche di flusso ( $C_{\min}/C_{\max}$ ), dalla particolare disposizione di flusso e dal parametro adimensionale ( $NTU$ ), definito come:

$$NTU = \frac{U \cdot A}{C_{\min}} \quad (16.124)$$

L'acronimo ( $NTU$ ) sta per Number of Transfer Units, che si può tradurre Numero di Unità di Trasferimento. Per dati valori della trasmittanza ( $U$ ) e della capacità termica di flusso minima ( $C_{\min}$ ), il parametro ( $NTU$ ) è la misura dell'area di scambio ( $A$ ). In altri termini, maggiore è il valore di ( $NTU$ ) più grande è lo scambiatore.

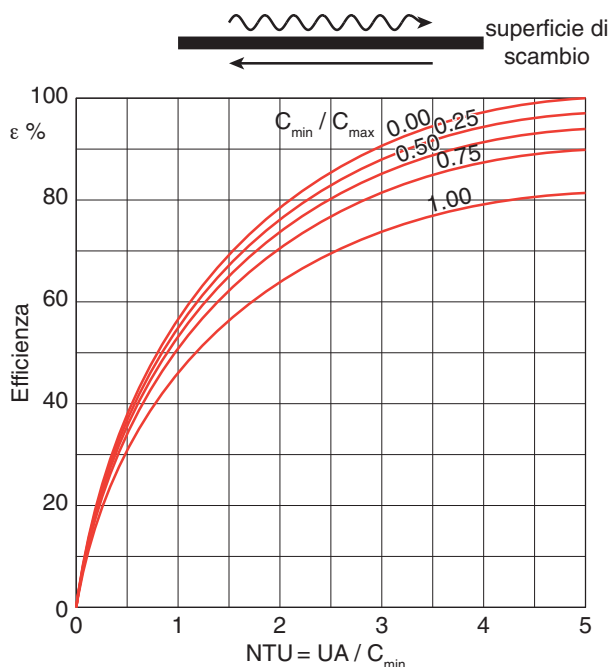
Nel testo originale di Kays & London e anche in molti manuali è possibile rintracciare il percorso per determinare la relazione (16.123) che lega l'efficienza ( $\varepsilon$ ) agli altri parametri. Tale relazione viene presentata anche in forma grafica.

A titolo di esempio si riportano qui alcune situazioni significative.

### Efficienza di uno scambiatore in controcorrente perfetta

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{\left[-NTU \left(1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\right]}}{1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \cdot e^{\left[-NTU \left(1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\right]}} \quad (16.125)$$

Graficamente:



**Figura 16.42**  
Efficienza di uno scambiatore in controcorrente perfetta

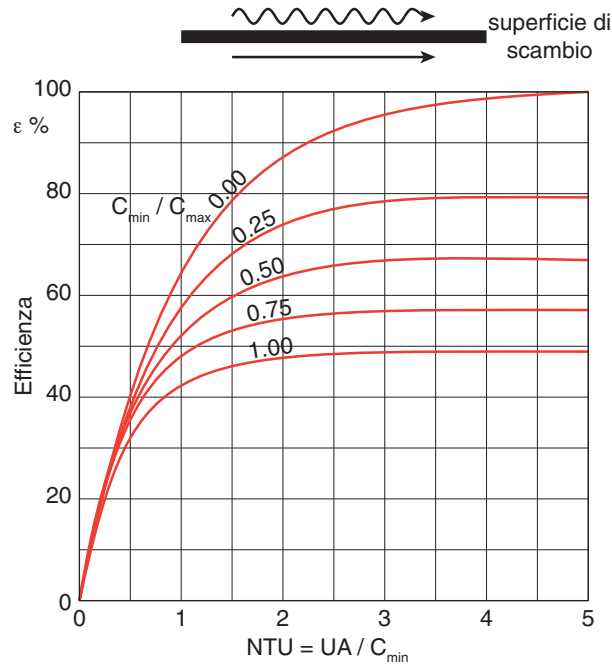
Per qualsiasi rapporto ( $C_{min}/C_{max}$ ) l'efficienza tende a 1 per ( $NTU$ ) che tende a infinito. Per un dato ( $NTU$ ), l'efficienza è tanto maggiore quanto minore è il rapporto ( $C_{min}/C_{max}$ ).

### Efficienza di uno scambiatore in equicorrente perfetta

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{\left[ -NTU \left( 1 + \frac{C_{min}}{C_{max}} \right) \right]}}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}} \quad (16.126)$$

Graficamente:

**Figura 16.43**  
Efficienza di uno  
scambiatore in  
equicorrente  
perfetta



Contrariamente a quanto succede per la controcorrente perfetta, l'efficienza tende a 1 solo per ( $C_{min}/C_{max}=0$ ) e ( $NTU$ ) che tende a infinito. Per ( $C_{min}/C_{max}=1$ ) il massimo valore dell'efficienza è pari a 0,5.

### Efficienza di uno scambiatore a flussi incrociati

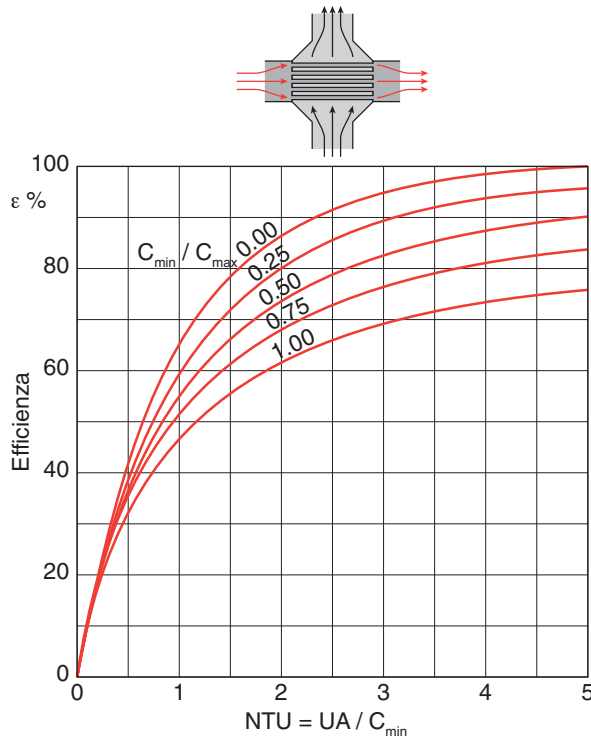
È possibile ricavare il legame

$$\varepsilon = \varepsilon \left( NTU, \frac{C_{min}}{C_{max}}, \text{disposizione di flusso} \right) \quad (16.127)$$

per tutte le diverse tipologie di scambiatori presenti nelle applicazioni.

Le correlazioni si trovano sui manuali. Qui si riporta a titolo di esempio il

grafico relativo alla correlazione per uno scambiatore a flussi incrociati con entrambi i flussi non miscelati (Figura 16.44).



**Figura 16.44**

Efficienza di uno scambiatore a flussi incrociati con entrambi i flussi non miscelati

### Efficienza di un condensatore o un evaporatore

Quando uno dei due fluidi è in cambiamento di fase, allora:

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0 \quad (16.128)$$

In quanto il calore specifico del fluido in cambiamento di fase ha un valore infinito.

In questi casi la disposizione di flusso non ha più influenza e infatti le espressioni delle eq. (16.25) e (16.126), quando vale la (16.128) convergono nella:

$$\varepsilon = 1 - e^{-NTU} \quad (16.129)$$

Si vede anche nei grafici della Figura 16.44 e Figura 16.45 che quando vale la (16.128) le curve danno lo stesso risultato.

### Efficienza di uno scambiatore con ( $C_{\min} = C_{\max}$ )

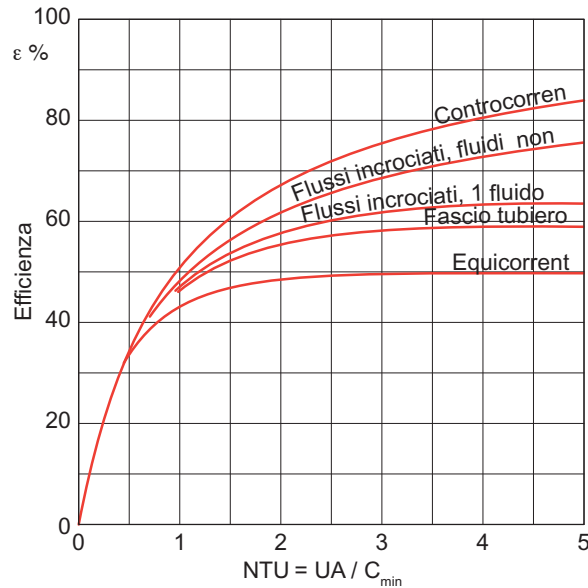
In uno scambiatore in controcorrente, quando le due capacità termiche di flusso sono uguali, i profili delle temperature sono due segmenti paralleli (cfr. Figura 16.37c. In questo caso l'espressione per l'efficienza diventa:

$$\varepsilon = \frac{NTU}{1 - NTU} \quad (16.130)$$

Che è anche il limite dell'eq. (16.125) per  $(C_{min}/C_{max})$  tendente a 1.

Può essere utile, per questo caso particolare, confrontare l'andamento dell'efficienza in funzione di  $(NTU)$  per le diverse disposizioni di flusso (Figura 16.45).

**Figura 16.45**  
Andamento  
dell'efficienza di  
uno scambiatore  
per diverse  
disposizioni  
di flusso



L'esame della Figura 16.45 permette le seguenti considerazioni:

- il valore dell'efficienza cresce abbastanza rapidamente fino a  $(NTU=1.5)$ , e piuttosto lentamente oltre questo valore. La conclusione che si può trarre, visto che  $(NTU)$  è legato alle dimensioni dello scambiatore, è che per  $(NTU>3)$  lo scambiatore può essere poco giustificato economicamente in quanto ad aumenti consistenti di  $(NTU)$  (e quindi di costo) corrispondono piccoli aumenti di efficienza;
- uno scambiatore con un'efficienza molto elevata può essere conveniente dal punto di vista dello scambio termico ma lo è poco dal punto di vista economico;
- dati il rapporto fra le capacità termiche di flusso e l' $(NTU)$ , la migliore efficienza si ha con la disposizione in controcorrente, seguita dalla disposizione a flussi incrociati e infine dalla disposizione in equicorrente;
- per  $(NTU)$  molto bassi  $(NTU<0,3)$  l'efficienza non dipende dal rapporto fra le capacità termiche di flusso.

### Esempio 16.16

In uno scambiatore con disposizione di flusso in controcorrente perfetta una portata di  $0,8 \text{ kg s}^{-1}$  di acqua viene raffreddata a partire da  $90^\circ\text{C}$  attraverso una portata di  $1,0 \text{ kg s}^{-1}$  di acqua disponibile a  $15^\circ\text{C}$ .

Se lo scambiatore ha una superficie di scambio  $A=5 \text{ m}^2$  e il suo coefficiente



globale di scambio vale  $U=110 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ , calcolare le temperature di uscita dei fluidi.

Considerare il calore specifico dell'acqua costante per i due fluidi e pari a  $c_{\text{acqua}} = 4,18 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

### Analisi

Si calcolano dapprima le capacità termiche di flusso dei due fluidi, per vedere quale è la minore.

Si valuta poi il parametro NTU e si determina di conseguenza l'efficienza dello scambiatore in funzione dello stesso NTU e del rapporto tra le capacità termiche di flusso.

Per calcolare l'efficienza si può usare il diagramma relativo alla disposizione di flusso in esame o applicare direttamente la correlazione disponibile sui manuali. Una volta nota l'efficienza dello scambiatore è possibile calcolare la potenza termica scambiata con l'equazione (16.122) e, di conseguenza, le temperature di uscita dei due fluidi applicando il bilancio di energia

### Soluzione

Le capacità termiche di flusso dei due fluidi valgono:

$$C_f = \dot{m}_f \cdot c_{\text{acqua}} = 1,0 \cdot 4,18 = 4,18$$

$$C_c = \dot{m}_c \cdot c_{\text{acqua}} = 0,8 \cdot 4,18 = 3,344 = C_{\min}$$

È evidente che il ( $C_{\min}$ ) è relativo al fluido caldo.

Si calcola poi il parametro (NTU) come:

$$NTU = \frac{U \cdot A}{C_{\min}} = \frac{1100 \cdot 5}{3344} = 1,316$$

e il rapporto:

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{3,344}{4,18} = 0,8$$

È ora possibile valutare l'efficienza ( $\epsilon$ ) dello scambiatore utilizzando l'apposito grafico valido per una disposizione di flusso in controcorrente (Figura 16.42) e la apposita correlazione (eq.16.125)

$$\epsilon = \frac{1 - e^{\left[-NTU \left(1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\right]}}{1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \cdot e^{\left[-NTU \left(1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\right]}} = \frac{1 - e^{[-1,316(1-0,8)]}}{1 - 0,8 \cdot e^{[-1,316(1-0,8)]}} = 0,60$$

La potenza termica scambiata si può ora calcolare con l'ausilio dell'equazione (16.122):

$$\dot{Q} = \epsilon \cdot C_{\min} (T_{ic} - T_{if}) = 0,60 \cdot 3,344 (90 - 15) = 150,7 \quad [\text{kW}]$$

Le temperature di uscita dei due fluidi derivano direttamente dall'applicazione del bilancio di energia:

$$T_{uc} = T_{ic} - \frac{\dot{Q}}{C_c} = 90 - \frac{150,7}{3,344} = 44,9 \quad [^{\circ}\text{C}]$$

$$T_{uf} = T_{if} + \frac{\dot{Q}}{C_f} = 15 + \frac{150,7}{4,18} = 51,0 \quad [^{\circ}\text{C}]$$

Per calcolare il parametro (NTU) si valuta dapprima il rapporto:

$$C_c = \dot{m}_c \cdot c_{acqua} = 0,8 \cdot 4,18 = 3,34 = C_{\min}$$