

# ONLINE - 2

## Esercizi

### Indice

<b>Analisi della tensione</b> . . . . .	4
Esercizio 1 . . . . .	4
Esercizio 2 . . . . .	4
Esercizio 3 . . . . .	4
Esercizio 4 . . . . .	5
Esercizio 5 . . . . .	5
<b>Analisi della deformazione</b> . . . . .	6
Esercizio 1 . . . . .	6
Esercizio 2 . . . . .	6
Esercizio 3 . . . . .	7
Esercizio 4 . . . . .	7
Esercizio 5 . . . . .	8
Esercizio 6 . . . . .	8
<b>Il legame costitutivo elastico lineare</b> . . . . .	9
Esercizio 1 . . . . .	9
Esercizio 2 . . . . .	9
Esercizio 3 . . . . .	10
Esercizio 4 . . . . .	10
<b>Criteri di resistenza</b> . . . . .	11
Esercizio 1 . . . . .	11
Esercizio 2 . . . . .	11
Esercizio 3 . . . . .	12
Esercizio 4 . . . . .	12
Esercizio 5 . . . . .	12
<b>Azione normale</b> . . . . .	13
Esercizio 1 . . . . .	13
Esercizio 2 . . . . .	13
Esercizio 3 . . . . .	14

Esercizio 4 . . . . .	15
Esercizio 5 . . . . .	15
Esercizio 6 . . . . .	16
Esercizio 7 . . . . .	17
Esercizio 8 . . . . .	18
<b>Flessione semplice</b> . . . . .	18
Esercizio 1 . . . . .	19
Esercizio 2 . . . . .	19
Esercizio 3 . . . . .	20
Esercizio 4 . . . . .	20
Esercizio 5 . . . . .	21
Esercizio 6 . . . . .	21
Esercizio 7 . . . . .	22
Esercizio 8 . . . . .	23
<b>Torsione</b> . . . . .	23
Esercizio 1 . . . . .	23
Esercizio 2 . . . . .	24
Esercizio 3 . . . . .	25
Esercizio 4 . . . . .	25
Esercizio 5 . . . . .	26
Esercizio 6 . . . . .	27
Esercizio 7 . . . . .	27
Esercizio 8 . . . . .	28
<b>Taglio e flessione</b> . . . . .	28
Esercizio 1 . . . . .	29
Esercizio 2 . . . . .	29
Esercizio 3 . . . . .	30
Esercizio 4 . . . . .	30
Esercizio 5 . . . . .	31
<b>Analisi strutturale</b> . . . . .	32
Esercizio 1 . . . . .	32
Esercizio 2 . . . . .	32
Esercizio 3 . . . . .	33
Esercizio 4 . . . . .	34
Esercizio 5 . . . . .	35
Esercizio 6 . . . . .	36
Esercizio 7 . . . . .	36
Esercizio 8 . . . . .	37
<b>Principali risultati</b> . . . . .	38
Analisi della tensione . . . . .	39
Analisi della deformazione . . . . .	41
Il legame costitutivo elastico lineare . . . . .	44
Criteri di resistenza . . . . .	45

Azione normale . . . . .	47
Flessione semplice . . . . .	48
Torsione . . . . .	51
Taglio e flessione . . . . .	53
Analisi strutturale . . . . .	55

## Analisi della tensione

### Esercizio 1

La matrice di Cauchy per lo stato di tensione in un punto è data da:

$$[S] = \begin{bmatrix} 200 & 100 & -40 \\ 100 & 400 & 0 \\ -40 & 0 & 300 \end{bmatrix} \quad [MPa]$$

1. Rappresentare lo stato di tensione sul volume elementare;
2. determinare le componenti del vettore tensione sulla giacitura avente normale:

$$\bar{n} = \left\{ \frac{3}{7}, \frac{6}{7}, \frac{2}{7} \right\}$$

3. determinare le tensioni principali e le direzioni principali;
4. rappresentare lo stato di tensione sul piano di Mohr.

### Esercizio 2

In un punto di un corpo sono noti i seguenti valori di tensione:

$$\begin{array}{lll} \sigma_{xx} = 53 \text{ MPa} & \sigma_{yy} = 28 \text{ MPa} & \sigma_{zz} = 36 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} = 24 \text{ MPa} & \tau_{yz} = -18 \text{ MPa} & \tau_{xz} = 46 \text{ MPa} \end{array}$$

1. Determinare la componente normale e la componente tangenziale totale del vettore tensione su una giacitura la cui normale appartiene al primo ottante e forma gli angoli di  $40^\circ$  e  $75^\circ$  rispettivamente con gli assi  $x$  e  $y$ ;
2. calcolare le tensioni principali e la massima tensione tangenziale nel punto;
3. identificare nel sistema principale le orientazioni dei piani a cui corrispondono la massima tensione normale e la massima tensione tangenziale nel punto.

### Esercizio 3

La matrice di Cauchy per lo stato di tensione in un punto è data da:

$$[S] = \begin{bmatrix} 400 & 100 & 0 \\ 100 & -600 & 200 \\ 0 & 200 & 100 \end{bmatrix} \quad [MPa]$$

1. Rappresentare lo stato di tensione sul volume elementare;

- determinare le componenti del vettore tensione sulle giaciture aventi normale:

$$\bar{n} = \{ \cos(\theta), \sin(\theta), 0 \}$$

- rappresentare la variazione del modulo del vettore tensione in funzione dell'angolo  $\theta$ , per  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

#### Esercizio 4

Lo stato piano di tensione in corrispondenza di un punto è rappresentato sul volume elementare in figura 1.

- Costruire la matrice di Cauchy;
- determinare lo stato di tensione per un elemento ruotato di  $30^\circ$  in senso antiorario rispetto all'orientazione mostrata;
- determinare le tensioni principali;
- rappresentare sul piano di Mohr la condizione iniziale e quella relativa all'elemento ruotato.

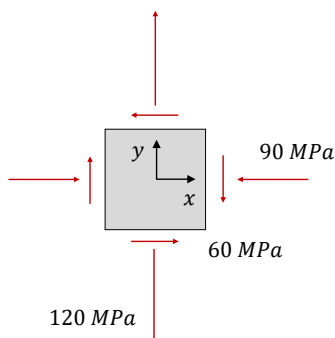


Figura 1

#### Esercizio 5

La lastra riportata in figura è soggetta a uno stato piano di tensione, uniforme sullo spessore. Nella piastra si riconoscono due cordoni di saldatura tra loro ortogonali. L'inclinazione è definita dall'angolo  $\alpha$  indicato.

- Costruire la matrice di Cauchy del tensore di tensione riferita al sistema  $Oxyz$ ;
- determinare i vettori tensione associati alle giaciture dei cordoni e le relative componenti normale e tangenziale;
- determinare le tensioni principali e l'angolo di rotazione del sistema principale rispetto al sistema  $Oxyz$ ;

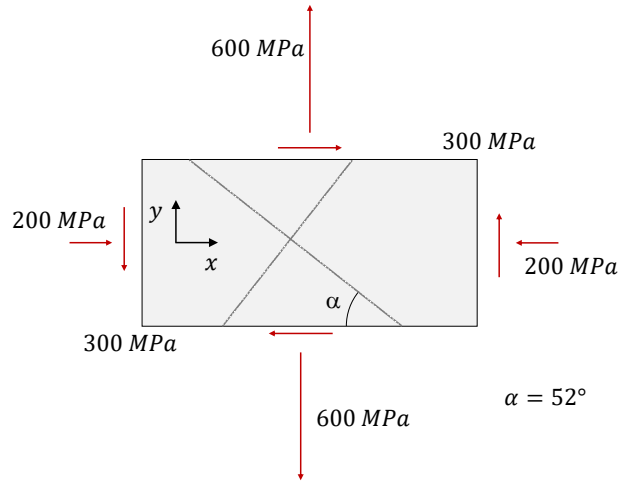


Figura 2

## Analisi della deformazione

### Esercizio 1

La trasformazione dell'intorno di un punto P è espressa da:

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 2 \cdot 10^{-6} & 7 \cdot 10^{-6} & -4 \cdot 10^{-6} \\ 1 \cdot 10^{-6} & 1 + 5 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 7 \cdot 10^{-6} & 0 & 1 - 2 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} [mm]$$

1. Determinare il campo di spostamento;
2. ricavare la matrice delle piccole rotazioni  $[R]$  e il tensore delle piccole deformazioni  $[E]$ ;
3. identificare le deformazioni principali e le direzioni principali;
4. rappresentare sul piano di Mohr l'arbelo delle deformazioni;
5. determinare l'elongazione specifica associata al versore:

$$\bar{n} = \left\{ \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0 \right\}$$

### Esercizio 2

La trasformazione geometrica di un corpo è espressa da:

$$\begin{cases} x' = a x^2 + x + b y \\ y' = c y^2 + y \\ z' = z \end{cases}$$

$$a = 1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/mm} \quad b = 3 \cdot 10^{-5} \quad c = 3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/mm}$$

1. Determinare il campo di spostamento e il gradiente di spostamento;
2. calcolare la matrice di rotazione  $[R]$  e quella delle piccole deformazioni  $[E]$  nel punto  $(1, 1, 0)$   $[mm]$ ;
3. calcolare l'elongazione specifica  $\varepsilon_{nn}$  lungo la fibra:

$$n = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right\}$$

### Esercizio 3

In un esperimento è stato misurato il seguente campo di spostamento per una lastra di dimensioni  $B \times H$ :

$$\begin{cases} u(x, y) = 3.0 + 8.1 \cdot 10^{-3} x + 5.0 \cdot 10^{-3} y \\ v(x, y) = 2.0 + 1.5 \cdot 10^{-3} x - 2.4 \cdot 10^{-3} y \\ w(x, y) = 0 \end{cases} \quad [mm]$$

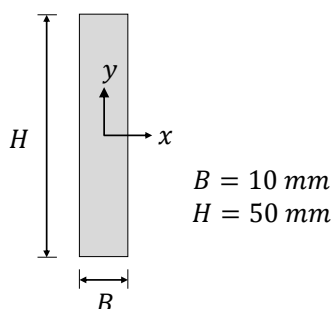


Figura 3

1. Identificare la componente di traslazione e di rotazione dello spostamento;
2. determinare il campo di deformazione;
3. calcolare le deformazioni principali e la loro direzione rispetto a  $x$ ;
4. determinare la massima deformazione di scorrimento angolare;
5. rappresentare la piastra dopo trasformazione.

### Esercizio 4

Dato il seguente campo di spostamenti:

$$\begin{cases} u(x, y) = a x + b y + c \\ v(x, y) = d x + e y + f \\ w(x, y) = g \end{cases}$$

dove  $a, b, c, d, e, f$  sono parametri costanti, (tutti  $\ll 1$ ).

1. Identificare la componente di traslazione e di rotazione dello spostamento;
2. verificare che lo stato di deformazione è piano;
3. determinare la matrice delle piccole deformazioni;
4. esprimere in funzione dei parametri costanti le deformazioni principali.

### Esercizio 5

Nota lo stato di deformazione rappresentato in figura per il sistema  $Oxyz$ :

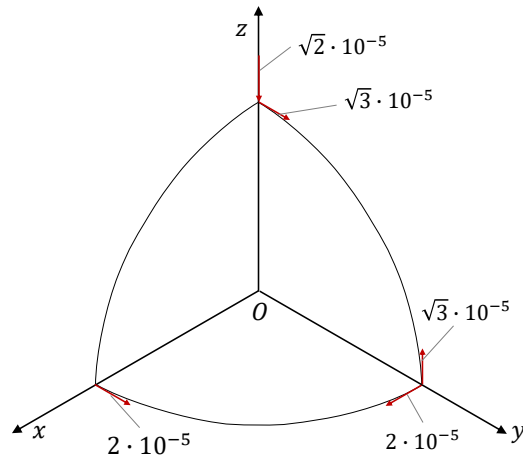


Figura 4

1. Scrivere il tensore di deformazione  $[E]$ ;
2. determinare le deformazioni e le direzioni principali;
3. determinare la deformazione volumetrica e il deviatore di deformazione.

### Esercizio 6

Sul braccio in figura 5 è applicata una rosetta estensimetrica  $\Delta 60$  che misura lo stato locale di deformazione.

1. Determinare la deformazione nel piano per il sistema destrorso  $Oxy$ ;
2. calcolare le deformazioni principali e le direzioni principali;
3. rappresentare sul piano di Mohr gli stati di deformazione associati alle direzioni degli estensimetri.



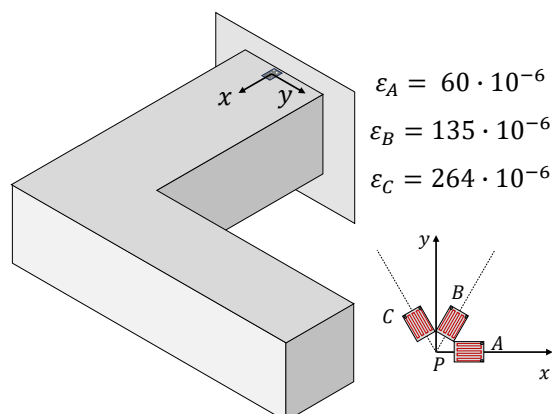


Figura 5

## Il legame costitutivo elastico lineare

### Esercizio 1

Una rosetta estensimetrica  $\Delta 60$ , posta in prossimità del bordo del foro di una lastra forata soggetta a stato piano di tensione, fornisce le deformazioni riportate in figura.

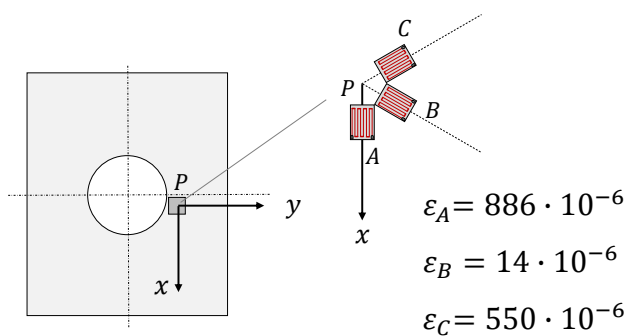


Figura 6

1. Determinare il tensore di deformazione;
2. calcolare il tensore delle tensioni, in ipotesi di legame elastico lineare isotropo:

$$E = 210 \text{ GPa} \quad \nu = 0.29$$

3. rappresentare sul piano di Mohr lo stato di tensione e identificare la relazione angolare tra il sistema  $Oxy$  e il sistema principale.

**Esercizio 2**

Un parallelepipedo di lati  $a$ ,  $b$ ,  $c$  è soggetto alla pressione uniforme  $p$  su tutte le facce. Il materiale è elastico lineare isotropo.

$$E = 500 \text{ MPa} \quad \nu = 0.45 \quad p = -0.3 \text{ MPa}$$

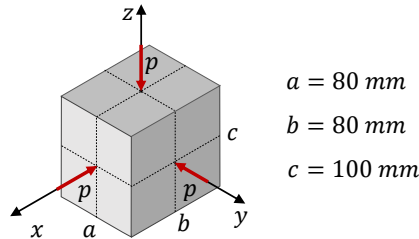


Figura 7

1. Determinare la variazione volumetrica;
2. calcolare le variazioni dimensionali dei lati;
3. calcolare l'energia elastica accumulata.

**Esercizio 3**

Dall'analisi dello stato di tensione sono fornite le componenti del tensore delle tensioni in coordinate cartesiane in un punto critico di un componente:

$$[S] = \begin{bmatrix} 150 & 45 & -60 \\ & 90 & 0 \\ \text{simm} & & -120 \end{bmatrix} [\text{MPa}]$$

1. Calcolare il tensore delle piccole deformazioni in ipotesi di comportamento elastico lineare isotropo:

$$E = 205 \text{ GPa} \quad \nu = 0.3$$

2. calcolare l'energia accumulata per unità di volume;
3. determinare l'energia associata alla variazione volumetrica e l'energia di distorsione associata al deviatore di deformazione.

**Esercizio 4**

Una piastra rettangolare di spessore sottile  $s$ , di materiale elastico lineare isotropo, è soggetta allo stato di tensione piano descritto in figura.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 100 \text{ MPa} & \tau_{xy} &= 60 \text{ MPa} \\ E &= 20 \text{ GPa} & \nu &= 0.33 & a &= 30 \text{ mm} & b &= 100 \text{ mm} \end{aligned}$$

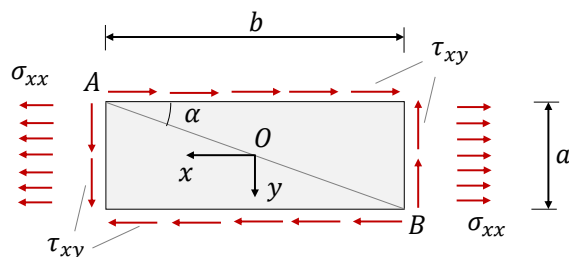


Figura 8

1. Identificare lo stato di deformazione;
2. calcolare le deformazioni per un sistema con un asse orientato lungo la diagonale;
3. determinare la variazione di distanza tra i punti  $A$  e  $B$ .

## Criteri di resistenza

### Esercizio 1

Dall'analisi dello stato di tensione sono fornite, espresse in MPa, le componenti del tensore delle tensioni in coordinate cartesiane in un punto critico di un componente:

$$[S] = \begin{bmatrix} 120 & 100 & 0 \\ & 20 & 0 \\ \text{sim} & & 30 \end{bmatrix} [MPa]$$

A causa dell'impedimento alla dilatazione termica in direzione  $z$  si produce una variazione di tensione  $\Delta\sigma_{zz} = -100 \text{ MPa}$ . Il materiale è acciaio da costruzione S355 avente  $\sigma_{ys} = 360 \text{ MPa}$ .

1. Calcolare la tensione equivalente secondo i criteri di Tresca e Von Mises per i due casi;
2. condurre la verifica a snervamento.

### Esercizio 2

Nel punto critico di una piastra sottile soggetta a stato di tensione piano è montata una rosetta estensimetrica rettangolare che misura le deformazioni indicate in figura. La piastra è in lega Al7075:

$$\sigma_{ys} = 420 \text{ MPa} \quad E = 72 \text{ GPa} \quad \nu = 0.31$$

Condurre la verifica a snervamento utilizzando i criteri per materiali duttili.

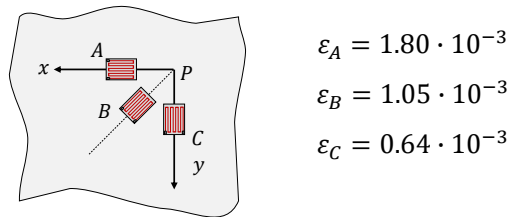


Figura 9

**Esercizio 3**

Determinare l'inclinazione del piano di scorrimento previsto dai criteri di Tresca e di Von Mises, in una prova di trazione monoassiale ( $\sigma_1 = \sigma_{zz}$ ) su un materiale duttile.

**Esercizio 4**

Un elemento costruttivo in bronzo è soggetto allo stato di tensione:

$$\sigma_1 = 80 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = -50 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = -270 \text{ MPa}$$

Si dispone dei seguenti risultati di prova:

Trazione:  $\sigma_{R,t} = 360 \text{ MPa}$

Compressione:  $\sigma_{R,c} = 500 \text{ MPa}$

Puro taglio:  $\tau_R = 230 \text{ MPa}$

1. Costruire sul piano di Mohr i luoghi di resistenza di Mohr e Mohr-Coulomb;
2. calcolare il coefficiente di sicurezza per il criterio di Mohr-Coulomb.

**Esercizio 5**

Un cilindro è infilato con un accoppiamento esatto nella cavità di un blocco in acciaio, approssimabile come elemento rigido.

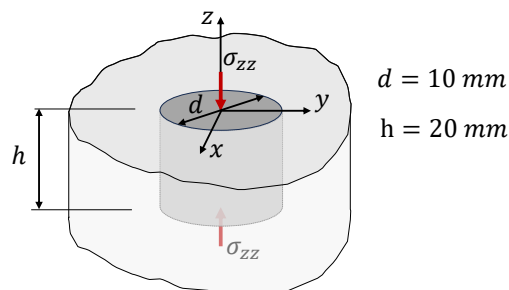


Figura 10

Il materiale ha le seguenti caratteristiche meccaniche:

$$E = 10 \text{ GPA} \quad \nu = 0.36 \quad \sigma_{ys} = 50 \text{ MPa}$$

1. Determinare il valore della tensione  $\sigma_{zz}$ , applicata in modo uniforme alle basi, a cui corrisponde lo snervamento del materiale secondo criteri di Tresca e di Von Mises;
2. calcolare l'energia accumulata nelle condizioni di snervamento.

## Azione normale

### Esercizio 1

La struttura di supporto rappresentata in figura è costituita da tre elementi coassiali: un tubo a sezione circolare vincolato rigidamente al telaio, una piastra circolare e una barra a sezione quadrata. La piastra, che si può assumere come infinitamente rigida, supporta un anello metallico che grava con una forza coassiale alla struttura  $F_1$ , alla barra è agganciato un peso, anch'esso coassiale, pari a  $F_2$ .

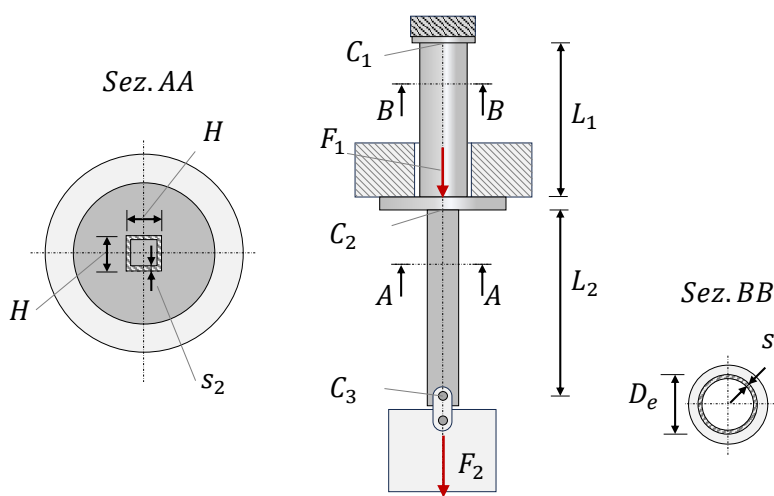


Figura 11

$$\begin{aligned} H &= 36 \text{ mm} & s_2 &= 2 \text{ mm} & D_e &= 66 \text{ mm} & s &= 3 \text{ mm} \\ L_1 &= 1600 \text{ mm} & L_2 &= 2200 \text{ mm} & E &= 210 \text{ GPA} & \sigma_{ys} &= 235 \text{ MPa} \\ F_1 &= 30000 \text{ N} & F_2 &= 40000 \end{aligned}$$

1. Determinare lo stato di tensione nei due elementi e condurre la verifica a snervamento;
2. calcolare lo spostamento dei punti  $C_2$  e  $C_3$  rispetto al vincolo  $C_1$ .

**Esercizio 2**

In figura è rappresentato un tirante in acciaio (1). Agendo sulla ghiera avvitata sul tubo in alluminio (2) si regola la tensione  $F_1$  nella fune.

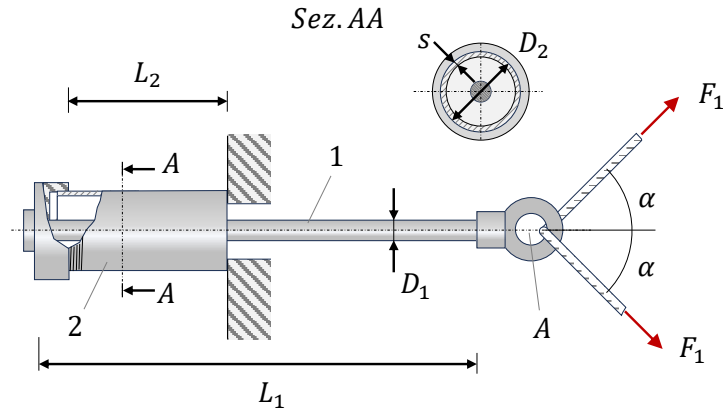


Figura 12

$$\begin{array}{lll}
 L_1 = 600 \text{ mm} & L_2 = 250 \text{ mm} & \alpha = \frac{\pi}{4} \\
 D_1 = 24 \text{ mm} & D_2 = 80 \text{ mm} & s = 2.5 \text{ mm} \\
 F_1 = 40 \text{ kN} & E_1 = 205 \text{ GPa} & \sigma_{ys,1} = 355 \text{ MPa} \\
 E_2 = 72 \text{ GPa} & \sigma_{ys,2} = 280 \text{ MPa} &
 \end{array}$$

1. Determinare lo stato di tensione nella barra e nel tubo;
2. calcolare lo spostamento del punto A.

**Esercizio 3**

La struttura in figura è costituita da una barra in acciaio ( $AB$ ) e in lega d'alluminio ( $BC$ ). Da questa si dipartono due bracci costituiti da aste in acciaio vincolate da cerniere. Alla struttura sono applicati di pesi  $F_1$  e  $F_2$ .

$$\begin{array}{llll}
 L_1 = 1200 \text{ mm} & L_2 = 1275 \text{ mm} & L_3 = 725 \text{ mm} & R = 2000 \text{ mm} \\
 D_1 = 34 \text{ mm} & D_2 = 40 \text{ mm} & D_3 = 36 \text{ mm} & \\
 F_1 = 8000 \text{ N} & F_2 = 12500 \text{ N} & & \\
 \text{Acciaio:} & E_2 = 210 \text{ GPa} & \sigma_{ys,2} = 235 \text{ MPa} & \\
 \text{Lega Al:} & E_3 = 70 \text{ GPa} & \sigma_{ys,3} = 260 \text{ MPa} &
 \end{array}$$

1. Determinare la tensione e condurre la verifica a snervamento degli elementi strutturali;
2. calcolare lo spostamento dei punti  $B$  e  $C$  rispetto al vincolo  $A$ .

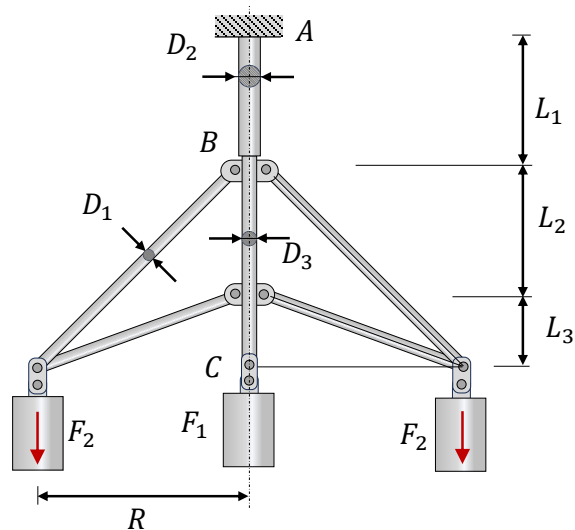


Figura 13

**Esercizio 4**

Le aste rappresentate in figura realizzano il sostegno per una piastra di peso  $P$ , che può essere considerata rigida. Le aste sono realizzate con la stessa sezione tubolare di diametro esterno  $d_e$  e diametro interno  $d_i$ . La piastra dopo il montaggio risulta inclinata.

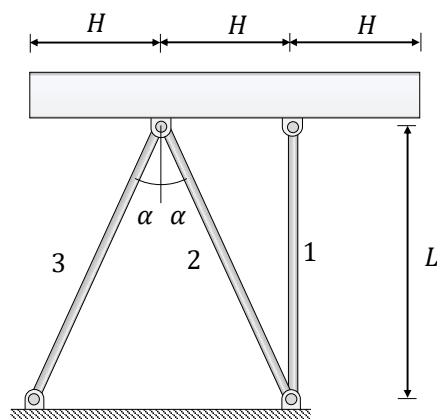


Figura 14

$$d_e = 45 \text{ mm} \quad d_i = 41 \text{ mm} \quad L = 1200 \text{ mm} \quad H = 500 \text{ mm}$$

$$P = 40000 \text{ N} \quad E = 72000 \text{ MPa}$$

1. Determinare l'inclinazione della piastra;
2. suggerire almeno due possibili soluzioni che permettano di mantenere la piastra piana dopo montaggio, mantenendo invariati i punti di aggancio.

**Esercizio 5**

Un manicotto in lega di alluminio è serrato da un bullone in acciaio con filettatura di passo  $p$ . Inizialmente il dado è avvitato fino a battuta senza preserraggio.

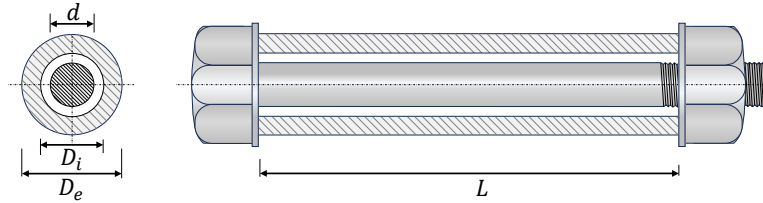


Figura 15

$L = 160 \text{ mm}$	$p = 1.5$	
$d = 10 \text{ mm}$	$D_e = 22 \text{ mm}$	$D_i = 16 \text{ mm}$
Acciaio:	$E = 210 \text{ GPa}$	$\sigma_{ys} = 640 \text{ MPa}$
Lega Al:	$E = 72 \text{ GPa}$	$\sigma_{ys} = 300 \text{ MPa}$

Noto il passo  $p$  calcolare la rotazione del dado che porta uno dei due elementi a snervamento.

**Esercizio 6**

La piattaforma rigida rappresentata in figura è vincolata da cerniera a un estremo, da un puntone a sezione circolare in ghisa di diametro  $D_1$  e un tirante in acciaio di diametro  $D_2$ . Entrambi possono trasmettere solo carichi assiali. Sulla piattaforma grava un carico distribuito uniforme  $q$ . Un estensimetro montato sul tirante in acciaio fornisce il valore  $\varepsilon_2$ .

$L_1 = 1600 \text{ mm}$	$L_2 = 3400 \text{ mm}$	$L_3 = 2500 \text{ mm}$
$H_1 = 2200 \text{ mm}$	$H_2 = 3000 \text{ mm}$	
$D_1 = 80 \text{ mm}$	$D_2 = 40 \text{ mm}$	$\varepsilon_2 = 750 \cdot 10^{-6}$
Acciaio:	$E_2 = 210 \text{ GPa}$	$\sigma_{ys} = 480 \text{ MPa}$
Ghisa:	$E_1 = 160 \text{ GPa}$	$\sigma_{ys} = 300 \text{ MPa}$

1. Determinare il valore del carico distribuito  $q$ ;
2. calcolare lo spostamento del punto estremo a sbalzo della piattaforma;
3. condurre la verifica a snervamento dei due elementi strutturali.



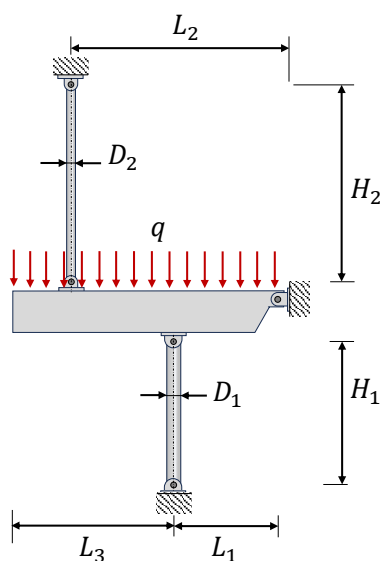


Figura 16

**Esercizio 7**

Una piastra rigida quadrata di massa  $m$  è sostenuta da quattro tiranti di sezione resistente  $A$  disposti in corrispondenza dei vertici. In assenza di carico la piastra è orizzontale. In un punto interno viene successivamente applicato un carico concentrato  $F$ .

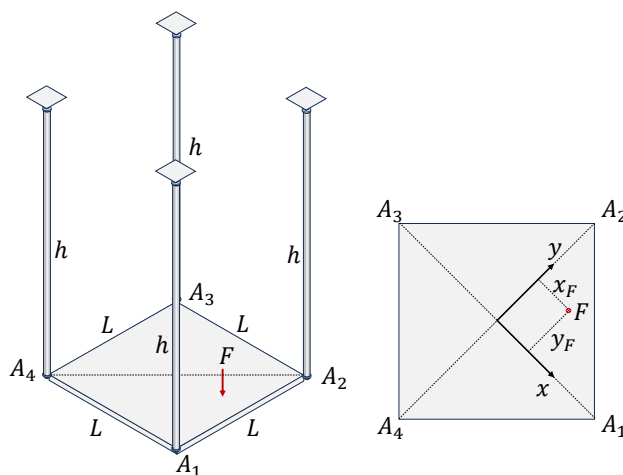


Figura 17

$h = 1200 \text{ mm}$        $L = 750 \text{ mm}$        $x_F = 240 \text{ mm}$        $y_F = 320 \text{ mm}$   
 $A = 275 \text{ mm}^2$        $m = 750 \text{ kg}$        $F = 80000 \text{ N}$   
 $E = 72 \text{ GPa}$        $\sigma_{ys} = 380 \text{ MPa}$

1. Determinare il valore delle azioni in ognuna delle bielle;
2. condurre la verifica a snervamento delle aste;
3. rappresentare la posizione finale della piastra.

### Esercizio 8

All'interno di un contenitore in bronzo passa un tubo in acciaio, ottenuto saldando una lamiera lungo il percorso elicoidale inclinato di  $40^\circ$  rispetto all'asse. Il sistema deve funzionare alla temperatura di esercizio  $T_0$ . All'assemblaggio a temperatura ambiente  $T_1$  non viene lasciato il gioco necessario tra il fondo del contenitore e il collare del tubo.

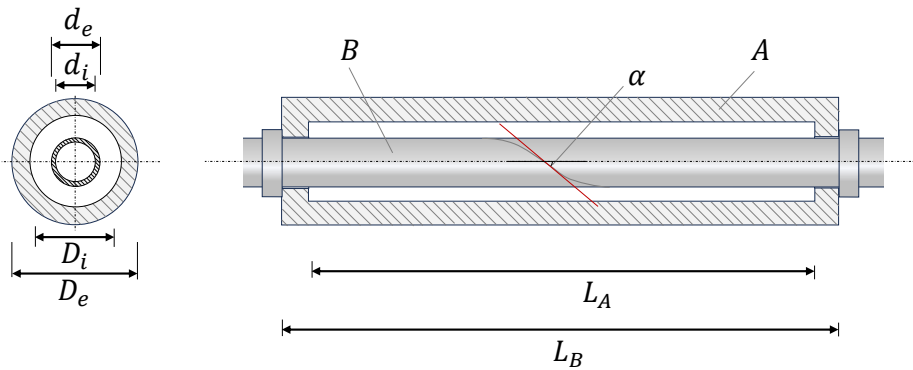


Figura 18

$T_0 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$	$L_B = 1000 \text{ mm}$	$L_A = 900 \text{ mm}$
$D_e = 180 \text{ mm}$	$D_i = 170 \text{ mm}$	$d_e = 90 \text{ mm}$	$d_i = 84 \text{ mm}$
$E_A = 100 \text{ GPa}$	$\sigma_{ys,A} = 140 \text{ MPa}$	$\alpha_A = 19.0 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	
$E_B = 200 \text{ GPa}$	$\sigma_{ys,B} = 275 \text{ MPa}$	$\alpha_B = 11.5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	

1. Determinare la tensione nei due elementi alla temperatura di esercizio e verificare a snervamento;
2. calcolare la lunghezza finale dell'assemblaggio;
3. determinare il vettore tensione agente sulla giacitura tangente al cordone;
4. calcolare il gioco iniziale in modo che la forza scambiata in esercizio sia pari a 10000 N.

NB! I fondi si possono trattare come elementi rigidi.

## Flessione semplice

### Esercizio 1

In figura è rappresentato un assale la cui parte centrale è costituita da una trave con sezione a  $I$ . Si considera il carico ripartito simmetricamente.

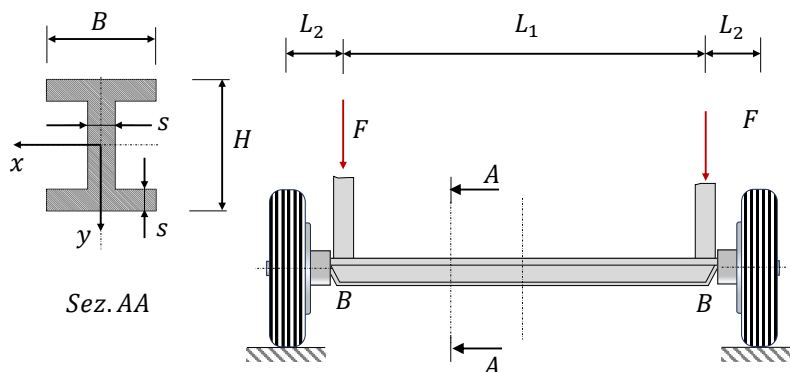


Figura 19

$$\begin{aligned}
 L_1 &= 2000 \text{ mm} & L_2 &= 360 \text{ mm} \\
 B &= 90 \text{ mm} & H &= 140 \text{ mm} & s &= 8 \text{ mm} \\
 E &= 205 \text{ GPa} & \sigma_{ys} &= 355 \text{ MPa} & F &= 12 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

1. Determinare la tensione nella trave e condurre la verifica a snervamento;
2. calcolare lo spostamento relativo tra il punto centrale e i punti B d'estremità.

### Esercizio 2

In figura è riportata una mensola costituita da una trave con sezione a  $Z$ , soggetta a un momento flettente  $M_x$  in corrispondenza del punto terminale. L'asse  $x$  non è asse principale d'inerzia.

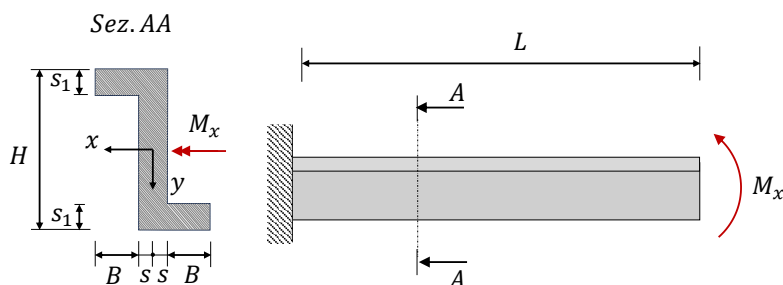


Figura 20

$$\begin{array}{llll}
 B = 60 \text{ mm} & H = 200 \text{ mm} & s_1 = 20 & s = 10 \text{ mm} \\
 L = 1200 \text{ mm} & M_x = 10 \text{ kNm} & \delta_{amm} = 15 \text{ mm} & \\
 E = 72 \text{ GPa} & \sigma_{ys} = 260 \text{ MPa} & & 
 \end{array}$$

1. Determinare le proprietà geometriche della sezione nel sistema  $Oxy$  e nel sistema principale  $OXY$ ;
2. identificare l'inclinazione dell'asse neutro nel sistema principale d'inerzia;
3. calcolare la tensione nella trave e condurre la verifica a snervamento;
4. calcolare lo spostamento  $\delta$  prodotto in corrispondenza del punto terminale della mensola e verificare se  $\delta \leq \delta_{amm}$ .

### Esercizio 3

La puleggia di rinvio rappresentata in figura è montata su una mensola collegata a una trave a sbalzo di sezione rettangolare cava.

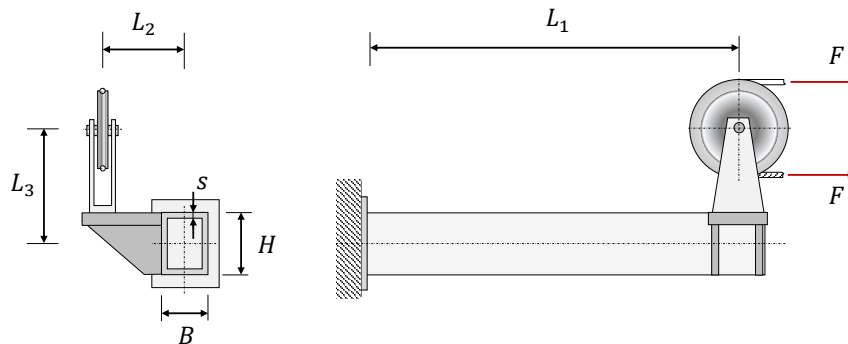


Figura 21

$$\begin{array}{llll}
 L_1 = 1000 \text{ mm} & L_2 = 200 \text{ mm} & L_3 = 300 \text{ mm} & \\
 B = 100 \text{ mm} & H = 160 \text{ mm} & s = 6 \text{ mm} & \\
 E = 205 \text{ GPa} & \sigma_{ys} = 275 \text{ MPa} & F = 20 \text{ kN} & \delta_{amm} = 8 \text{ mm}
 \end{array}$$

1. Determinare lo stato di tensione nella trave e condurre la verifica a snervamento;
2. rappresentare l'asse neutro e l'asse d'inflexione;
3. calcolare lo spostamento  $\delta$  dell'asse della trave nel punto a distanza  $L_1$  dall'incastro e verificare se  $\delta \leq \delta_{amm}$ .

**Esercizio 4**

Si vuole dimensionare la sezione di una trave di lunghezza  $L$  a sezione rettangolare, soggetta a flessione retta, usando acciaio o lega d'alluminio in modo da ottenere uguali resistenza e rigidezza flessionale (misurata dall'inclinazione relativa tra le due basi).

$$L = 1000 \text{ mm} \quad M_{amm} = 23 \text{ kNm} \quad \theta_{amm} = 0.039 \text{ rad}$$

Acciaio:	$E_s = 205 \text{ GPa}$	$\sigma_{y_{s,s}} = 360 \text{ MPa}$	$\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$
Lega Al:	$E_A = 72 \text{ GPa}$	$\sigma_{y_{s,A}} = 260 \text{ MPa}$	$\rho_A = 2750 \text{ kg/m}^3$

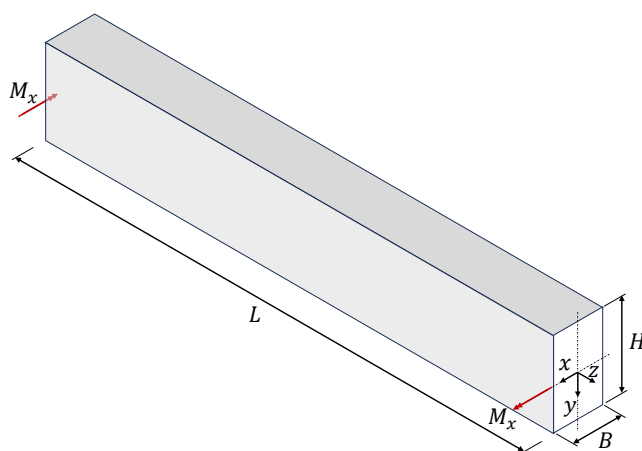


Figura 22

1. Determinare le dimensioni per le due soluzioni in base ai valori ammissibili di momento flettente e di rigidezza flessionale;
2. calcolare il rapporto tra i pesi delle due travi.

**Esercizio 5**

Costruire il nocciolo centrale d'inerzia per le due sezioni riportate in figura.

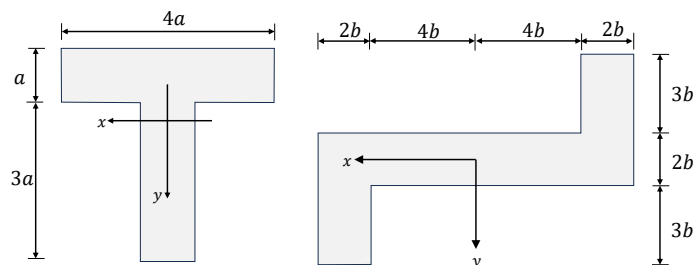


Figura 23

**Esercizio 6**

La trave ad asse curvo rappresentata in figura sostiene le due pulegge di rinvio. La fune è tesa dalla forza  $F$ .

$$\begin{aligned} R &= 900 \text{ mm} & b &= 600 \text{ mm} & H &= 180 \text{ mm} & W &= 100 \text{ mm} \\ F &= 80000 \text{ N} & E &= 210 \text{ GPa} & \sigma_{ys} &= 355 \text{ MPa} \end{aligned}$$

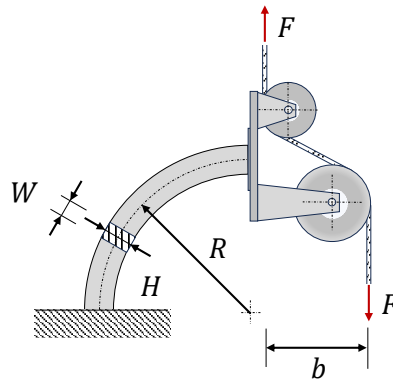


Figura 24

1. Determinare la tensione nella trave e condurre la verifica a snervamento;
2. confrontare il risultato ottenuto con quello fornito nell'ipotesi semplificativa che trascura la curvatura della trave.

**Esercizio 7**

La trave mostrata in figura, composta da una trave in legno (2) e una in acciaio (1) è soggetta sulle basi terminali ad azione flettente  $M_x$  in equilibrio.

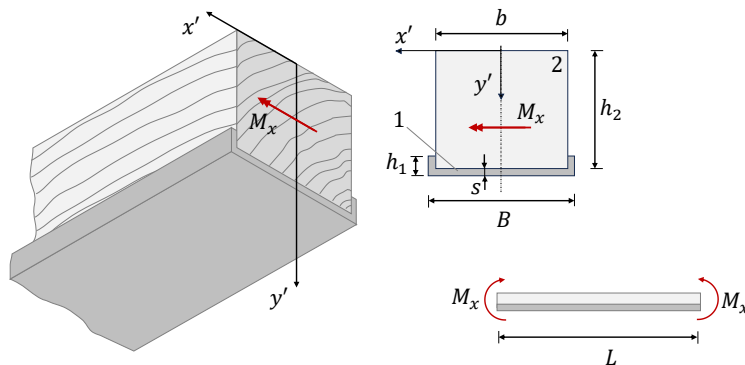


Figura 25

$L = 2000 \text{ mm}$	$h_1 = 25 \text{ mm}$	$h_2 = 250 \text{ mm}$	$b = 250 \text{ mm}$
$B = 260 \text{ mm}$	$s = 5 \text{ mm}$	$M_x = 25000 \text{ Nm}$	
Acciaio:	$E_s = 210 \text{ GPa}$	$\sigma_{ys,s} = 275 \text{ MPa}$	
Legno:	$E_l = 14 \text{ GPa}$	$\sigma_{R,l} = 28 \text{ MPa}$	

1. Determinare la variazione del margine di sicurezza dopo l'assemblaggio;
2. calcolare la freccia in mezzeria dell'assemblaggio e della trave in legno.

### Esercizio 8

Il momento flettente  $M_x$  è trasmesso attraverso tre lamine in PVC sovrapposte, che possono scorrere senza attrito una sull'altra. Per migliorare la risposta meccanica si decide successivamente di incollare tra loro le lamine.

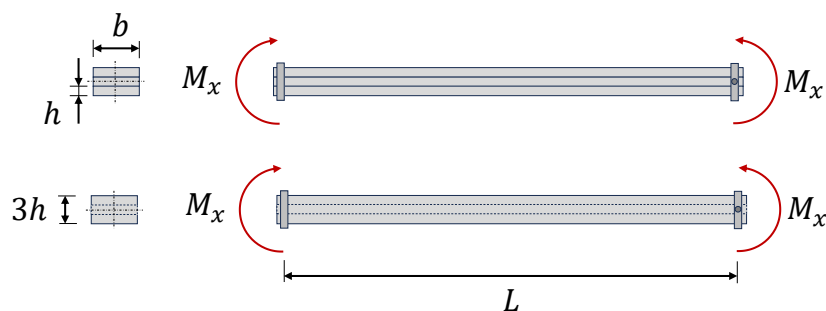


Figura 26

$L = 1000 \text{ mm}$	$b = 70 \text{ mm}$	$h = 20 \text{ mm}$
PVC:	$E = 3 \text{ GPa}$	$\sigma_{ys} = 55 \text{ MPa}$

1. Determinare il momento massimo trasmissibile con fattore di sicurezza  $\phi_s = 3$  rispetto a snervamento, prima e dopo l'incollaggio;
2. calcolare la freccia in mezzeria della trave per i due casi;
3. calcolare la freccia in mezzeria a parità di momento applicato.

## Torsione

### Esercizio 1

Per mescolare il fluido in un recipiente si adotta il sistema rappresentato in figura, costituito da un motore elettrico che trasmette il momento torcente a un albero vincolato isostaticamente, sul quale sono calettate sei pale. La resistenza del fluido sulla pala è proporzionale alla velocità ( $p = k \cdot v$ ).

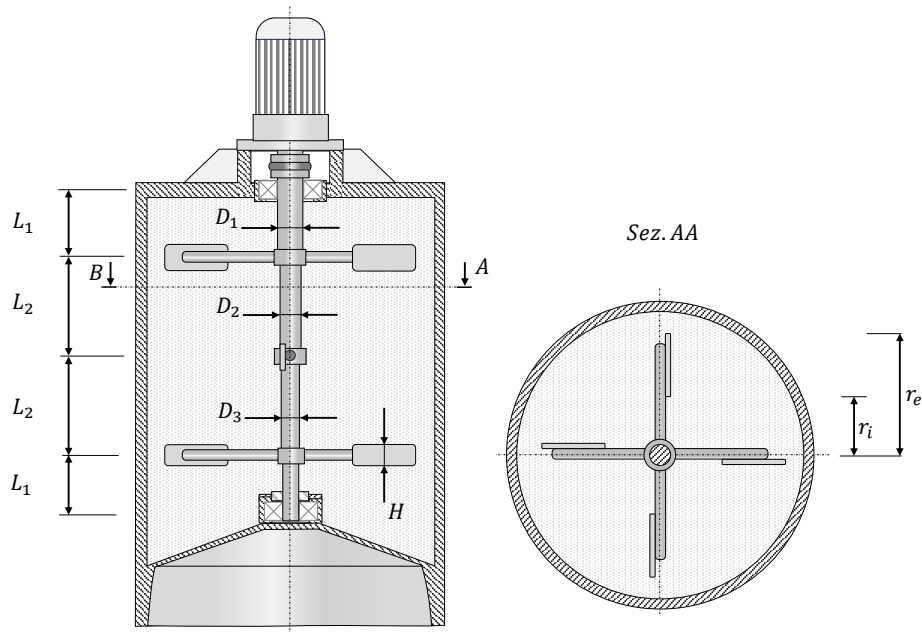


Figura 27

$$\begin{array}{llll}
 L_1 = 250 \text{ mm} & L_2 = 400 \text{ mm} & r_i = 300 \text{ mm} & r_e = 650 \text{ mm} \\
 H = 100 \text{ mm} & D_1 = 36 \text{ mm} & D_2 = 32 \text{ mm} & D_3 = 26 \text{ mm} \\
 E = 210 \text{ GPa} & \nu = 0.3 & \sigma_{ys} = 500 \text{ MPa} & \\
 n = 120 \text{ giri/min} & k = 2000 \text{ Ns/m}^3 & & 
 \end{array}$$

1. Determinare la potenza necessaria per mantenere l'albero a velocità di rotazione costante  $n$ ;
2. verificare a snervamento, secondo il criterio di Von Mises i tre tratti dell'albero;
3. calcolare la rotazione relativa tra le sezioni poste in corrispondenza dei due cuscinetti.

## Esercizio 2

In figura è rappresentato l'assemblaggio di un tubo cilindrico in ottone e una barra cilindrica in acciaio, utilizzato come molla di torsione. L'insieme è vincolato a telaio e sollecitato da momento torcente  $M_z$ .

$$\begin{array}{lll}
 M_z = 5 \cdot 10^5 \text{ Nmm} & L_1 = 360 \text{ mm} & L_2 = 150 \text{ mm} \\
 D_1 = 32 \text{ mm} & D_2 = 65 \text{ mm} & s = 1.5 \text{ mm} \\
 E_1 = 210 \text{ GPa} & \nu_1 = 0.3 & \sigma_{ys,1} = 275 \text{ MPa} \\
 E_2 = 90 \text{ GPa} & \nu_2 = 0.38 & \sigma_{ys,2} = 200 \text{ MPa}
 \end{array}$$



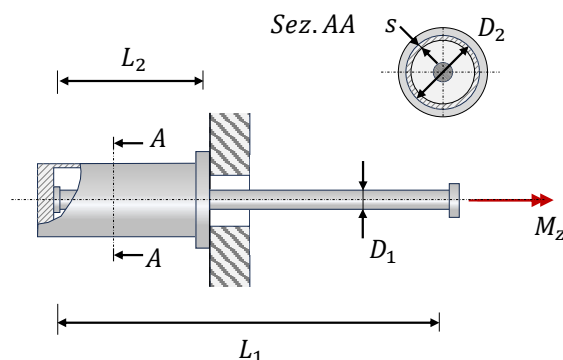


Figura 28

1. Determinare la tensione e condurre la verifica a snervamento per i due tratti;
2. calcolare la rigidezza della molla di torsione a cui è riconducibile il sistema.

### Esercizio 3

Sul mandrino rappresentato in figura è montato un utensile utilizzato per spazzolare e levigare internamente un tubo. L'azione periferica applicata alla spazzola è rappresentabile come azione distribuita uniforme  $q$ .

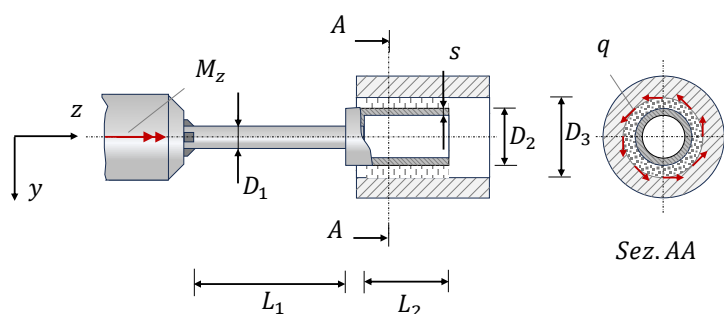


Figura 29

$$\begin{array}{llll}
 P = 2500 \text{ W} & n = 500 \text{ giri/min} & L_1 = 90 \text{ mm} & L_2 = 45 \text{ mm} \\
 D_1 = 12 \text{ mm} & D_2 = 20 \text{ mm} & D_3 = 30 \text{ mm} & s = 1 \text{ mm} \\
 E = 210 \text{ GPa} & \nu = 0.3 & \sigma_{ys} = 355 \text{ MPa} & 
 \end{array}$$

1. Nota la potenza assorbita e la velocità di rotazione calcolare l'azione distribuita  $q$ ;
2. calcolare la tensione e condurre la verifica a snervamento per i due tratti dell'utensile;
3. determinare la rotazione relativa tra i due punti estremi dell'utensile.

**Esercizio 4**

L'assemblaggio è costituito da una barra cilindrica in lega d'alluminio (a) e due tubi concentrici: in lega d'alluminio (b) e in acciaio (c). Il sistema è usato come molla di torsione, il momento  $M_z$  è applicato all'estremità C. In posizione 1 viene agganciato il cilindro interno, successivamente raggiunta la posizione 2 viene agganciato il tubo intermedio, infine nella posizione 3 è agganciato anche il tubo esterno. Le rotazioni angolari da 1 a 2 e da 2 a 3 sono pari a  $\theta_z = \pi/25$

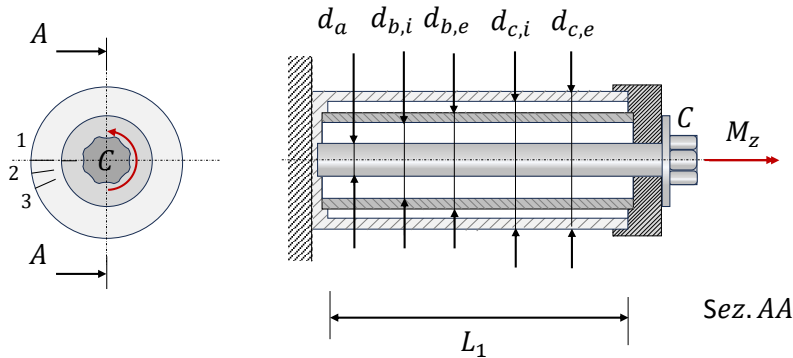


Figura 30

$$\begin{array}{llll}
 L_1 = 600 \text{ mm} & d_a = 26 \text{ mm} & d_{b,i} = 35 \text{ mm} & d_{b,e} = 38 \text{ mm} \\
 d_{c,i} = 44 \text{ mm} & d_{c,e} = 47 \text{ mm} & & \\
 E_{ab} = 70 \text{ GPa} & \nu_{ab} = 0.32 & \sigma_{ys,ab} = 300 \text{ MPa} & \\
 E_c = 210 \text{ GPa} & \nu_c = 0.30 & \sigma_{ys,c} = 355 \text{ MPa} & 
 \end{array}$$

1. Calcolare la variazione della rigidità del sistema nelle tre posizioni;
2. rappresentare la curva caratteristica  $M_z$  vs.  $\theta_z$ ;
3. determinare la rotazione angolare e il momento massimo a cui corrisponde il primo snervamento di uno dei tre membri.

**Esercizio 5**

Il tubo cilindrico rappresentato in figura è vincolato con una bullonatura a un'estremità e con un perno all'altra estremità. Per un errore di lavorazione la flangia è disassata e deve essere ruotata dell'angolo  $\theta_z$  per poter infilare il perno e realizzare il montaggio. Il cilindro è ottenuto saldando una lamiera con cordoni di saldatura inclinati dell'angolo  $\alpha$  rispetto all'asse  $z$  del cilindro.

$$\begin{array}{llll}
 L = 2500 \text{ mm} & D = 180 \text{ mm} & s = 5 \text{ mm} & \theta_z = 0.035 \text{ rad} \\
 E = 210 \text{ GPa} & \nu = 0.3 & \sigma_{ys} = 355 \text{ MPa} & \alpha = 0.87 \text{ rad}
 \end{array}$$

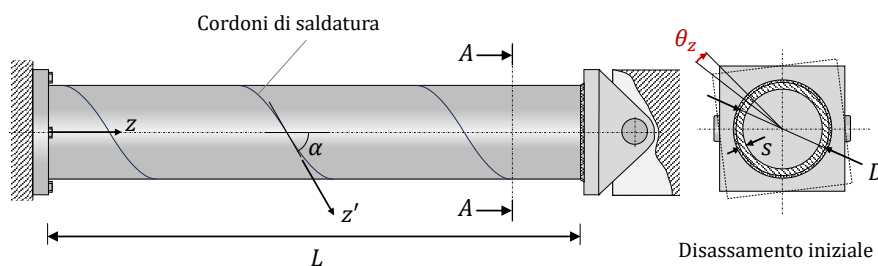


Figura 31

1. Calcolare il momento necessario per realizzare il montaggio;
2. determinare l'energia elastica immagazzinata nel tubo;
3. calcolare la tensione nel cordone e condurre la verifica di resistenza con il criterio di Von Mises.

### Esercizio 6

In figura sono rappresentate due sezioni a parete sottile chiusa soggette a torsione ottenute da una lamiera di spessore  $s = 5 \text{ mm}$ .

1. scegliere le dimensioni  $L$  e  $d$  in modo da avere sezioni isocritiche a resistenza;
2. ripetere il calcolo per ottenere sezioni isocritiche a rigidezza;
3. valutare se, scegliendo spessori diversi, è possibile ottenere la stessa risposta a resistenza e rigidezza;
4. calcolare il rapporto tra le masse per unità di lunghezza nei tre casi.

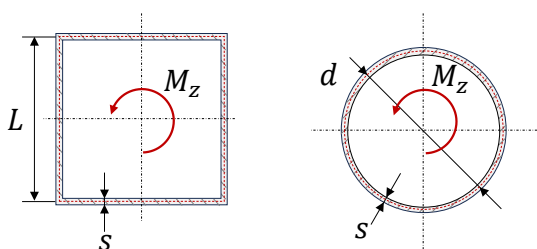


Figura 32

### Esercizio 7

La piastra  $A$  saldata al profilo rappresentato in figura permette di ottenere una sezione chiusa. Si supponga che per un difetto di produzione la saldatura sia interrotta in un tratto della trave.

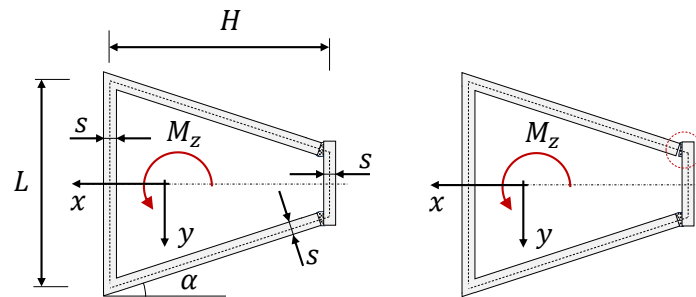


Figura 33

$$\begin{aligned}
 L &= 140 \text{ mm} & H &= 140 \text{ mm} & s &= 4 \text{ mm} & \alpha &= 20^\circ \\
 E &= 210 \text{ GPa} & \nu &= 0.3 & \sigma_{ys} &= 355 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

Per i due casi determinare il momento torcente massimo applicabile e il relativo angolo specifico di torsione.

### Esercizio 8

Il profilato quadrato cavo è vincolato da incastro a un estremo. All'altro estremo in condizione di funzionamento è agganciato a due molle.

$$\begin{aligned}
 L_1 &= 1000 \text{ mm} & B &= 120 \text{ mm} & s &= 2 \text{ mm} & c &= 60 \text{ mm} & a &= 100 \text{ mm} \\
 E &= 210 \text{ GPa} & \nu &= 0.3 & \sigma_{ys} &= 275 \text{ MPa} & k &= 600 \text{ N/mm}
 \end{aligned}$$

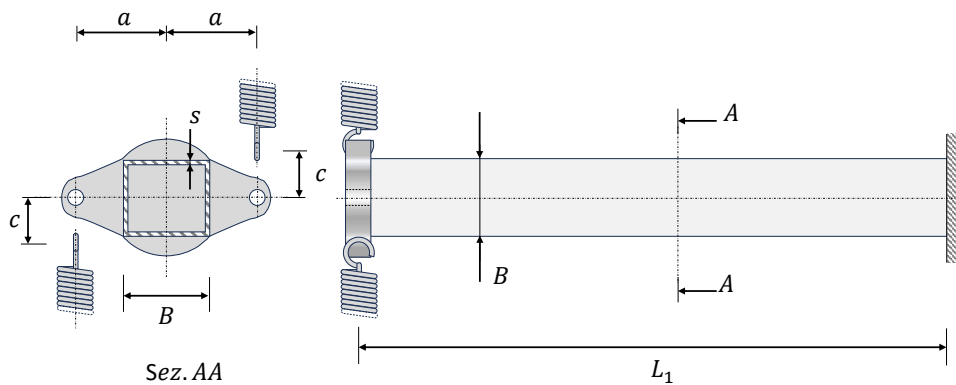


Figura 34

1. Calcolare la forza nelle molle dopo il montaggio;
2. determinare la rotazione relativa tra i due estremi della trave;
3. calcolare l'energia elastica immagazzinata nel sistema.

## Taglio e flessione

### Esercizio 1

Il profilato rappresentato in figura è vincolato a un'estremità da cerniera e all'altra estremità da una biella. Un carrello a cui è applicata la forza  $F$  scorre internamente al profilo lungo la via di corsa di lunghezza  $L$ .

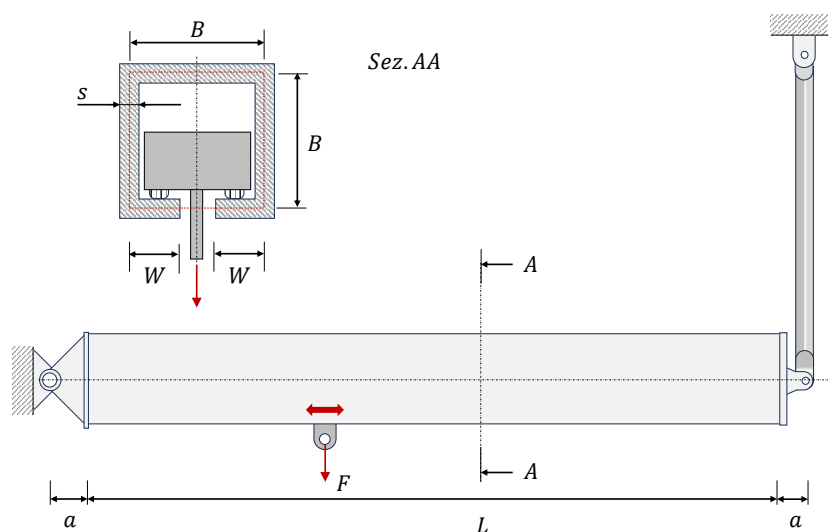


Figura 35

$$L = 3600 \text{ mm} \quad a = 120 \text{ mm} \quad B = 160 \text{ mm} \quad s = 5 \text{ mm} \quad W = 65 \text{ mm}$$

$$F = 25000 \text{ N} \quad E = 210 \text{ GPa} \quad \sigma_{ys} = 275 \text{ MPa}$$

1. Determinare la posizione di  $F$  in cui la tensione tangenziale dovuta a taglio assume il valore massimo;
2. per questo caso rappresentare sulla sezione la tensione di Jourawsky;
3. determinare la posizione di  $F$  in cui è massima la tensione dovuta a flessione;
4. per i due punti precedenti calcolare la tensione equivalente secondo il criterio di Von Mises.

### Esercizio 2

Sulla superficie di una trave con sezione cava a rombo è applicata una pressione uniforme  $p$  verticale, come rappresentato in figura. La pressione può essere ricondotta a carico di linea applicato lungo la trave. La trave è vincolata da un manicotto a un estremo ed è appoggiata su due rulli nel punto intermedio.

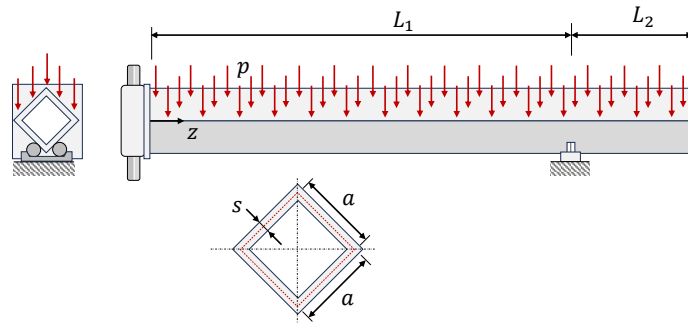


Figura 36

$$L_1 = 1250 \text{ mm} \quad L_2 = 500 \text{ mm} \quad a = 45 \text{ mm} \quad s = 2.5 \text{ mm}$$

$$p = 0.0125 \text{ MPa} \quad E = 210 \text{ GPa} \quad \nu = 0.3 \quad \sigma_{ys} = 355 \text{ MPa}$$

1. Determinare la tensione tangenziale nella sezione più critica a taglio;
2. determinare la tensione normale nella sezione più critica a flessione;
3. confrontare questo contributo allo spostamento nel punto terminale dovuto al taglio e al momento flettente.

### Esercizio 3

Studiare l'andamento delle tensioni di Jourawsky per la sezione rappresentata in figura, al variare della coordinata  $H_1$  a cui è posizionato il tratto orizzontale.

$$H = 120 \text{ mm} \quad s_1 = 4 \text{ mm} \quad s_2 = 5 \text{ mm} \quad T_y = 25000 \text{ N}$$

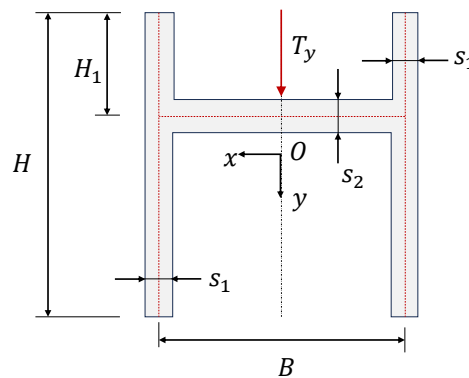


Figura 37

### Esercizio 4

La trave rappresentata in figura è ottenuta dall'unione di un profilo a U e una piastra mediante viti con passo  $p$ . I vincoli nei punti estremi sono cerniera e biella.

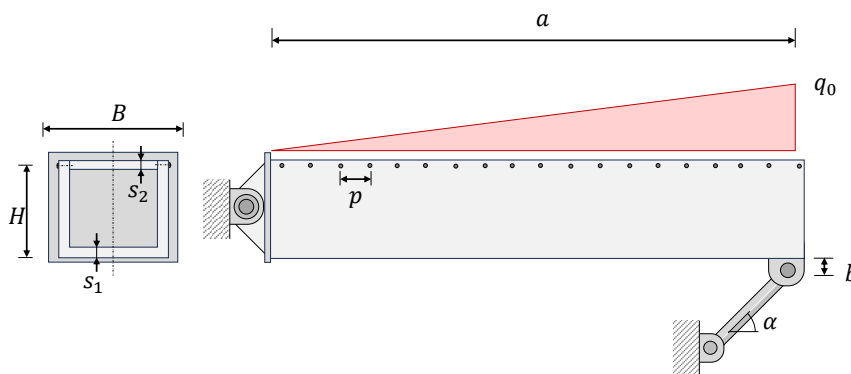


Figura 38

$a = 1500 \text{ mm}$        $b = 30 \text{ mm}$        $p = 40 \text{ mm}$        $\alpha = \pi/4$   
 $B = 130 \text{ mm}$        $H = 120 \text{ mm}$        $s_1 = 10 \text{ mm}$        $s_2 = 15 \text{ mm}$   
 $q_0 = 75 \text{ N/mm}$        $E = 210 \text{ GPa}$        $\nu = 0.3$        $\sigma_{ys} = 275 \text{ MPa}$   
 viti:       $A = 50 \text{ mm}^2$        $\tau_{amm} = 200 \text{ MPa}$

1. Calcolare lo stato di tensione nella trave nei punti critici per azione flettente e per taglio;
2. condurre la verifica a taglio delle viti, nota la sezione resistente  $A$  e la tensione ammissibile.

**Esercizio 5**

La trave a  $T$  rappresentata in figura è soggetta a taglio  $T_y$  non passante per il centro di taglio. Per migliorare la risposta della sezione si salda alla  $T$  una piastra di spessore  $s_2$ .

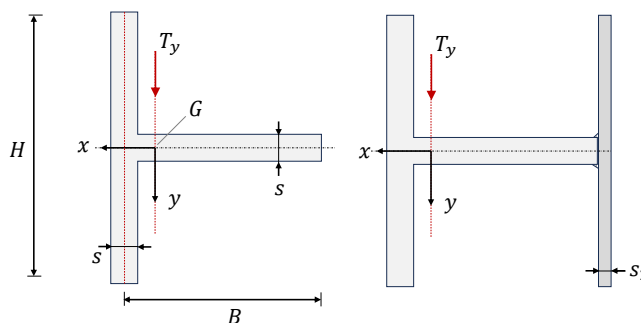


Figura 39

$H = 150 \text{ mm}$        $B = 120 \text{ mm}$        $s = 12 \text{ mm}$        $T_y = 20000 \text{ N}$

1. Determinare la posizione del centro di taglio;
2. calcolare lo stato di tensione prodotto da  $T_y$ ;
3. determinare lo spessore  $s_2$  della piastra necessario per annullare l'effetto di torsione spuria.

## Analisi strutturale

### Esercizio 1

Una trave funge da supporto a un carrello che si muove lungo la via di corsa compresa tra le quote  $L_z$  e  $L_1 - L_z$  indicate in figura. La trave è vincolata da cerniere alla parete verticale e a due aste tubolari di uguale sezione, vincolate al soffitto con cerniere.

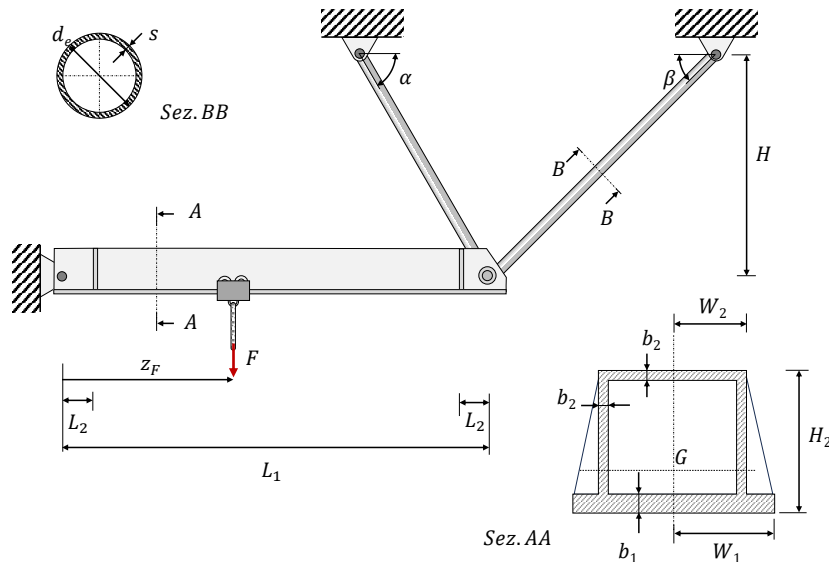


Figura 40

$$\begin{array}{lll}
 L_1 = 3600 \text{ mm} & H = 1800 \text{ mm} & L_2 = 200 \text{ mm} \\
 \alpha = 60^\circ & \beta = 45^\circ & d_e = 32 \text{ mm} \quad s = 2.5 \text{ mm} \\
 W_1 = 120 \text{ mm} & W_2 = 90 \text{ mm} & H_2 = 180 \text{ mm} \quad b_1 = 2b_2 = 12 \text{ mm} \\
 F = 30000 \text{ N} & E = 210 \text{ GPa} & \sigma_{ys} = 275 \text{ MPa}
 \end{array}$$

1. Identificare le posizioni del carrello che realizzano le condizioni più critiche per la trave e per le aste;
2. condurre le relative verifiche di resistenza;
3. calcolare lo spostamento verticale della trave nel punto di applicazione della forza per la condizione che produce lo stato più critico di tensione.



**Esercizio 2**

Il supporto per la puleggia di rinvio rappresentato in figura è costituito da due travi. Il vincolo a telaio è ottenuto con una saldatura, così come il vincolo tra le due travi. Il baricentro della puleggia di massa  $m$ , per un errore di montaggio, è eccentrico rispetto all'asse. In prossimità dell'incastro è montata una rosetta estensimetrica del tipo 0/45/90.

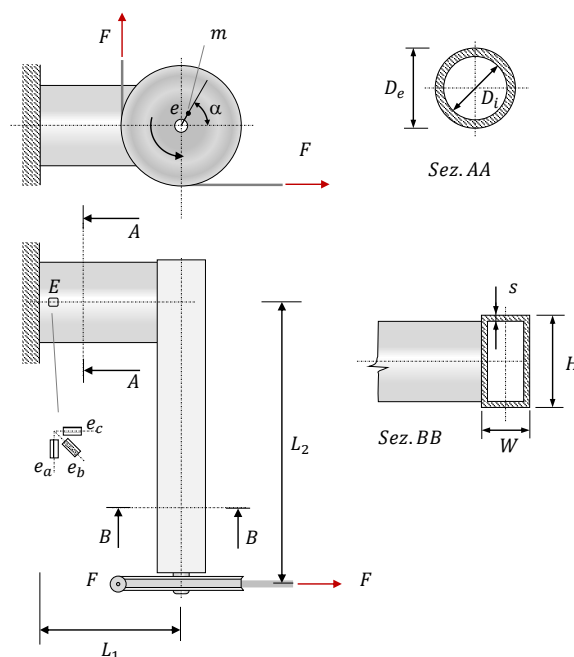


Figura 41

$m = 10 \text{ kg}$	$e = 3 \text{ mm}$	$n = 1800 \text{ giri/min}$
$W = 65 \text{ mm}$	$H = 120 \text{ mm}$	$s = 3 \text{ mm}$
$L_1 = 500 \text{ mm}$	$L_2 = 1000 \text{ mm}$	$D_e = 112 \text{ mm}$ $D_i = 102 \text{ mm}$
$F = 2500 \text{ N}$	$E = 210 \text{ GPa}$	$\nu = 0.3$ $\sigma_{ys} = 275 \text{ MPa}$

1. Analizzare le condizioni più critiche e condurre la verifica di resistenza;
2. per queste condizioni calcolare lo spostamento della puleggia;
3. rappresentare i segnali letti dalla rosetta estensimetrica 0/45/90 al variare dell'angolo  $\alpha$ .

**Esercizio 3**

In figura è rappresentata una sega circolare da banco. Il motore elettrico comanda mediante una trasmissione a cinghia l'albero su cui è montata la lama. Il blocco albero-cuscinetti è montato mediante una flangia bullonata al telaio.

La coppia motrice si realizza per lo sbilanciamento della tensione nei due rami della cinghia, mentre la coppia resistente è dovuta all'azione distribuita che in prima approssimazione si può considerare tangente alla lama e di modulo costante sull'arco di taglio corrispondente all'angolo  $\alpha$ .

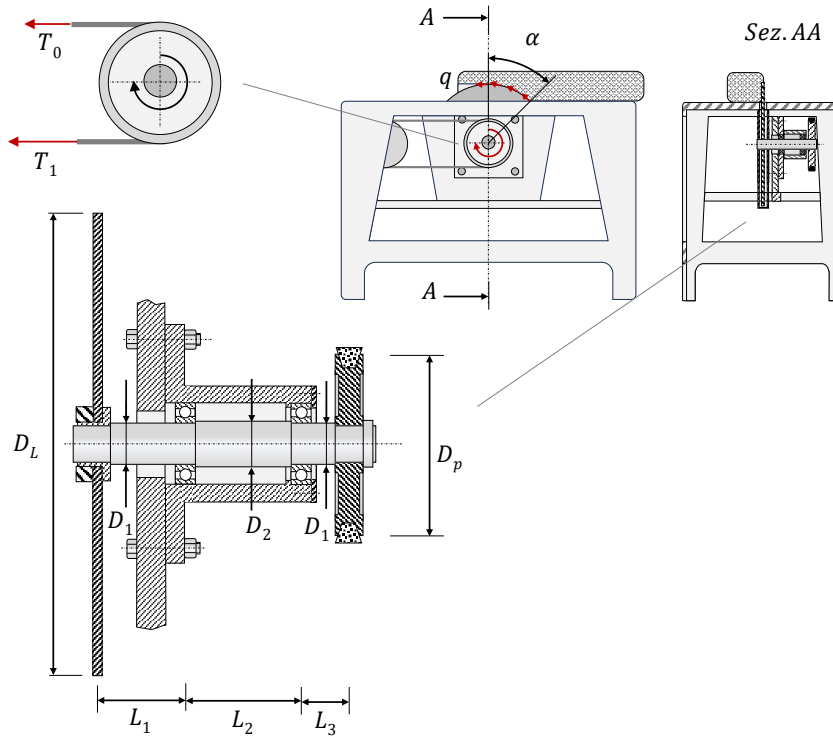


Figura 42

$T_1 = 1400 \text{ N}$	$T_0 = 400 \text{ N}$	$\alpha = 45^\circ$	
$D_L = 260 \text{ mm}$	$D_p = 120 \text{ mm}$	$D_1 = 25 \text{ mm}$	$D_2 = 28 \text{ mm}$
$L_1 = 200 \text{ mm}$	$L_2 = 250 \text{ mm}$	$L_3 = 100 \text{ mm}$	
$E = 210 \text{ GPa}$	$\nu = 0.3$	$\sigma_{ys} = 355 \text{ MPa}$	

1. Realizzare la verifica a snervamento secondo il criterio di Von Mises;
2. calcolare lo spostamento del centro della puleggia.

#### Esercizio 4

In figura è rappresentata la struttura di supporto di un tamburo su cui si avvolge una fune. Un albero comandato da un motore è montato su due cuscinetti che realizzano un vincolamento cerniera-carrello. Le strutture di supporto dei cuscinetti sono realizzate con due tubi quadri rigidamente collegati ai cuscinetti e vincolati a terra da una bullonatura (incastro) e da un perno (cerniera).

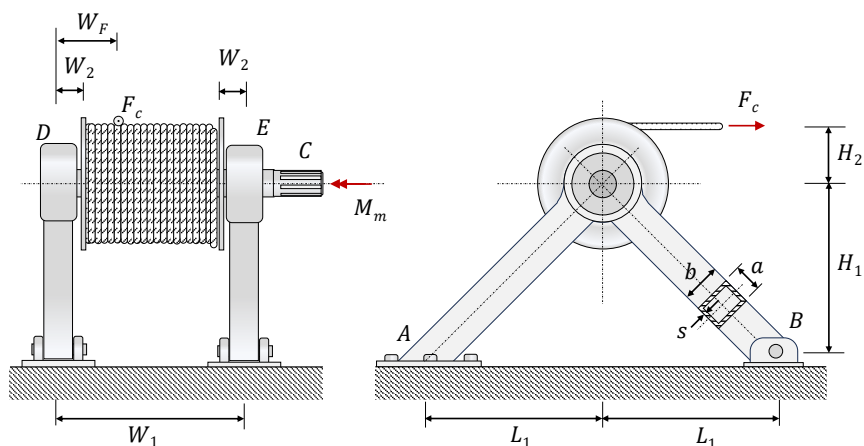


Figura 43

Potenza assorbita:  $12000 \text{ W}$       velocità di rotazione:  $n = 15 \text{ giri/min}$   
 $H_1 = L_1 = 600 \text{ mm}$        $H_2 = 150 \text{ mm}$        $W_1 = 800 \text{ mm}$        $w_2 = 50 \text{ mm}$   
 $a = 30 \text{ mm}$        $b = 50 \text{ mm}$        $s = 2.5 \text{ mm}$   
 $E = 200 \text{ GPa}$        $\sigma_{ys} = 275 \text{ MPa}$

Per la posizione della fune che determina la condizione più critica per la singola struttura di supporto, si chiede di:

1. calcolare le reazioni vincolari interne ed esterne;
2. condurre la verifica dei tubi a sezione rettangolare.

**Esercizio 5**

In figura è riportata la struttura di supporto che sostiene un corpo di massa  $m$ , appeso mediante due bielle inestensibili.

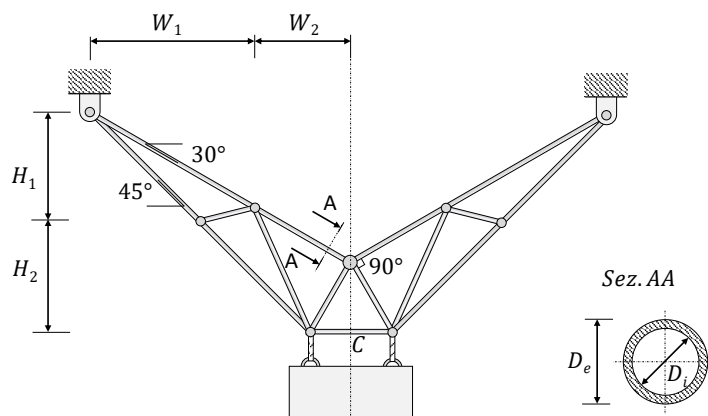


Figura 44

$$\begin{aligned}
 D_i &= 45 \text{ mm} & D_e &= 50 \text{ mm} \\
 W_1 &= 2710 \text{ mm} & W_2 &= 1549 \text{ mm} & H_1 &= H_2 = 1800 \text{ mm} \\
 m &= 4000 \text{ kg} & E &= 70 \text{ GPa} & \nu &= 0.3 & \sigma_{ys} &= 280 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

1. Calcolare le reazioni vincolari al telaio;
2. realizzare le verifiche necessarie per le aste;
3. calcolare lo spostamento verticale dell'asta C.

### Esercizio 6

Si consideri la trave soggetta a carico distribuito costante, vincolata agli estremi da cerniera e appoggio. La trave si appoggia inoltre a un'altra trave disposta trasversalmente con funzioni di irrigidimento.

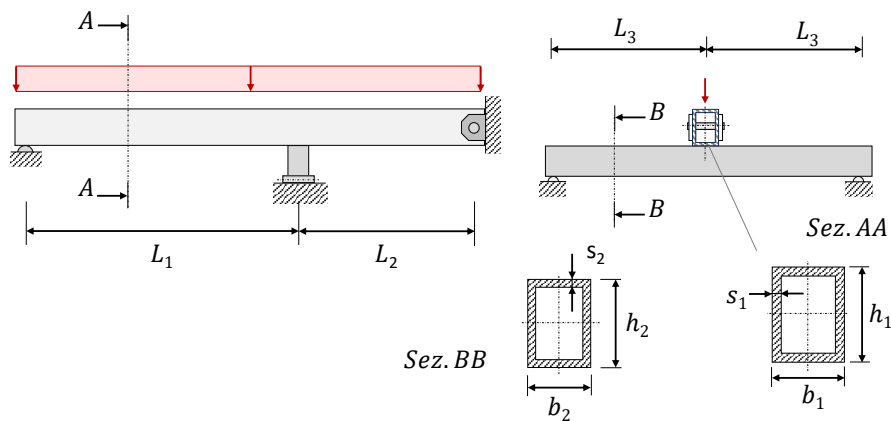


Figura 45

$$\begin{aligned}
 L_1 &= 2400 \text{ mm} & L_2 &= 1600 \text{ mm} & L_3 &= 1400 \text{ mm} & s_1 &= s_2 = 4 \text{ mm} \\
 b_1 &= 90 \text{ mm} & h_1 &= 120 \text{ mm} & b_2 &= 60 \text{ mm} & h_2 &= 80 \text{ mm} \\
 q &= 8 \text{ N/mm} & E &= 210 \text{ GPa} & \nu &= 0.3 & \sigma_{ys} &= 355 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

1. Calcolare le reazioni vincolari e la risultante dell'azione scambiata nella regione di contatto;
2. determinare lo spostamento verticale del punto di contatto e confrontarlo con quello che si avrebbe in assenza dell'irrigidimento;
3. studiare in funzione del rapporto  $\frac{L_3^3}{I_2}$  l'evoluzione della forza scambiata e proporre i modelli di vincolo per le situazioni estreme ( $I_2$  momento d'inerzia della trave inferiore).

**Esercizio 7**

Per rientrare nelle specifiche di resistenza e di rigidità del braccio di supporto riportato in figura 46a) è stata proposta la soluzione con appoggio a distanza  $L_2$  dall'incastro (figura 46b)). Si deve determinare il miglioramento ottenuto.

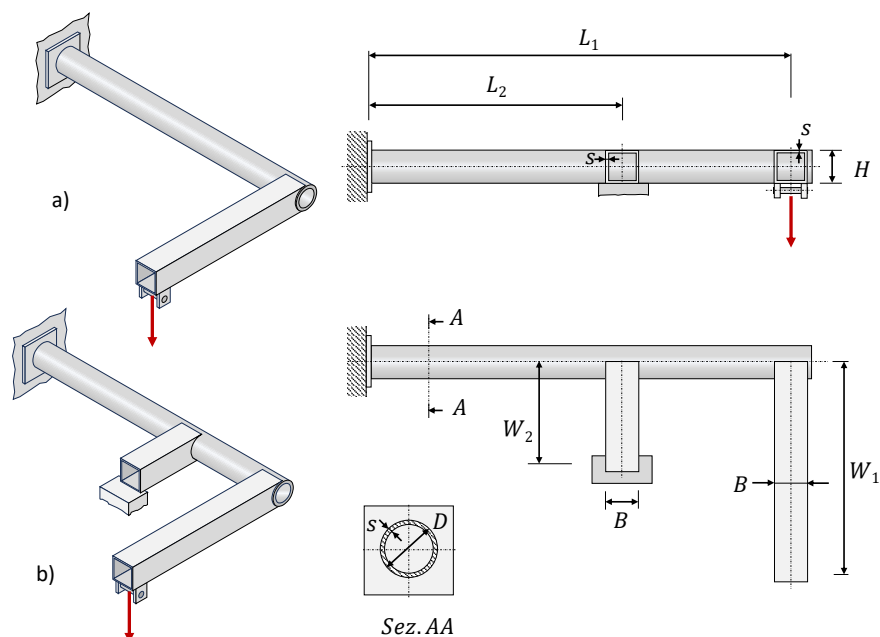


Figura 46

$$\begin{array}{lll}
 F = 8000 \text{ N} & s = 8 \text{ mm} & B = H = D = 125 \text{ mm} \\
 L_1 = 2700 \text{ mm} & L_2 = 1800 \text{ mm} & W_1 = 1200 \text{ mm} \quad W_2 = 600 \text{ mm} \\
 E = 200 \text{ GPa} & \nu = 0.3 & \sigma_{ys} = 355 \text{ MPa}
 \end{array}$$

Per i due casi:

1. determinare le reazioni vincolari;
2. calcolare lo spostamento verticale nel punto di applicazione della forza;
3. condurre la verifica a snervamento.

**Esercizio 8**

La trave rappresentata in figura è vincolata da cerniera all'estremità e da un'asta con funzione di biella in posizione intermedia. Trave e biella sono realizzate con lo stesso acciaio. All'altra estremità esiste un gioco pari a  $g$  rispetto a un riscontro rigido. L'ambiente interno sottostante la trave è portato alla temperatura  $T_1$  rispetto alla temperatura di riferimento  $T_0$ .

$$\begin{array}{llll}
 L_1 = 2000 \text{ N} & L_2 = 1000 \text{ mm} & W_1 = 2000 \text{ mm} & g = 12 \text{ mm} \\
 W_2 = 120 \text{ mm} & H_2 = 180 \text{ mm} & D = 42 \text{ mm} & s = 2.5 \text{ mm} \\
 E = 200 \text{ GPa} & \sigma_{ys} = 355 \text{ MPa} & \alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K} & 
 \end{array}$$

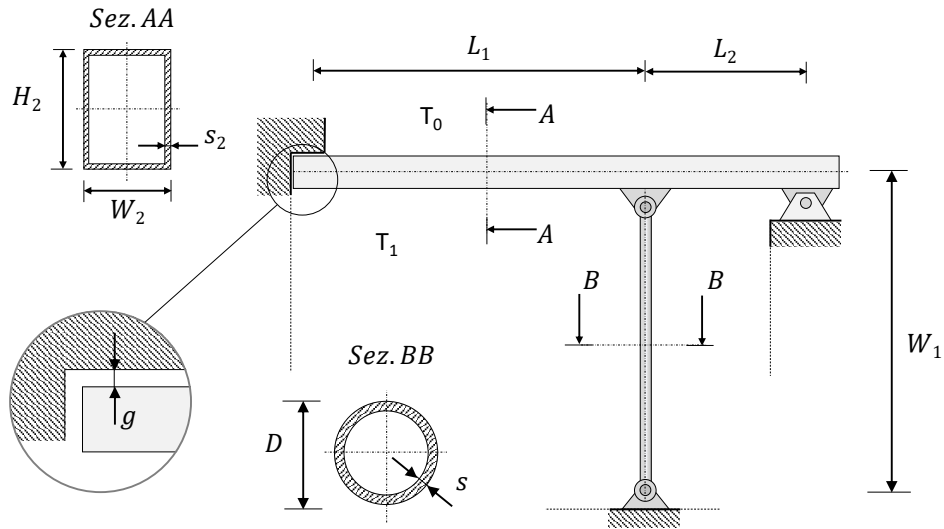


Figura 47

1. Valutare la differenza di temperatura  $\Delta T = T_1 - T_0$  che determina il contatto tra riscontro e trave, ipotizzando gradiente costante sull'altezza della trave;
2. calcolare le reazioni vincolari prodotte per una variazione pari a  $2\Delta T$ ;
3. condurre le verifiche necessarie per i due elementi.

## Principali risultati

### Analisi della tensione

#### Esercizio 1

$$2: \quad \bar{t}_n = \frac{1}{7} \{1120, 2700, 480\} \text{ MPa}$$

3:

$$\sigma_1 = 443.1 \text{ MPa} \quad \bar{n}_1 = \{\pm 0.3935, \pm 0.9127, \mp 0.1100\}$$

$$\sigma_2 = 307.4 \text{ MPa} \quad \bar{n}_2 = \{\pm 0.1791, \mp 0.1935, \mp 0.9646\}$$

$$\sigma_3 = 149.5 \text{ MPa} \quad \bar{n}_3 = \{\pm 0.9017, \mp 0.3599, \pm 0.2396\}$$

4:

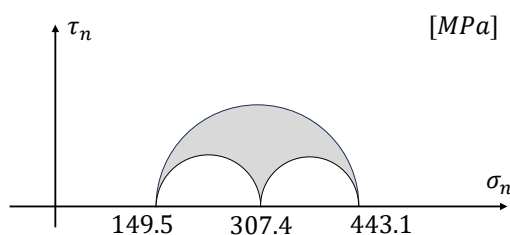


Figura 48

#### Esercizio 2

$$1: \quad \sigma_n = 90.9 \text{ MPa} \quad |\tau_n| = 9.6 \text{ MPa}$$

$$2: \quad \sigma_1 = 92.2 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = 45.0 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = 20.1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{n,max} = 56.1 \text{ MPa}$$

3:

$$\sigma_{n,max} : \quad \bar{n}_\sigma = \pm \{1, 0, 0\}$$

$$\tau_{n,max} : \quad \bar{n}_\tau = \pm \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$$

#### Esercizio 3

$$2: \quad \bar{t}_n = \{400\cos(\theta) + 100\sin(\theta), 100\cos(\theta) - 600\sin(\theta), 200\sin(\theta)\}$$

$$3: \quad |t|_n = \sqrt{290000 - 120000\cos(2\theta) - 20000\sin(2\theta)} \text{ MPa}$$

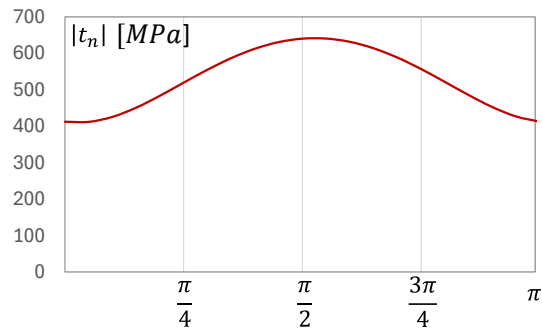


Figura 49

**Esercizio 4**

1:

$$[S] = \begin{bmatrix} -90 & -60 & 0 \\ -60 & 120 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [MPa] \rightarrow [S] = \begin{bmatrix} -90 & -60 \\ -60 & 120 \end{bmatrix} [MPa]$$

2:

$$[S'] = \begin{bmatrix} -89.5 & 60.9 \\ 60.9 & 119.5 \end{bmatrix} [MPa]$$

3:

$$\sigma_1 = 135.9 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = -105.9 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = 0$$

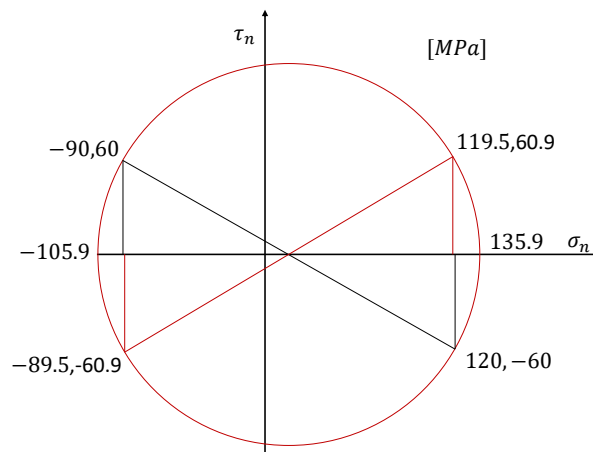


Figura 50



**Esercizio 5**

1:

$$[S] = \begin{bmatrix} -200 & 300 & 0 \\ 300 & 600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [MPa] \rightarrow [S] = \begin{bmatrix} -200 & 300 \\ 300 & 600 \end{bmatrix} [MPa]$$

2:

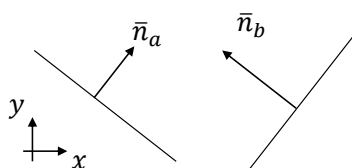


Figura 51

$$\bar{t}_{na} = \{113.3, 657.5\} MPa \quad \bar{t}_{nb} = \{342.3, 133.0\} MPa$$

$$\sigma_{na} = 587.9 MPa \quad \sigma_{nb} = -187.9 MPa$$

$$|\tau_{na}| = 315.5 MPa \quad |\tau_{nb}| = 315.5 MPa$$

$$3: \quad \sigma_1 = 700 MPa \quad \sigma_2 = -300 MPa \quad \sigma_3 = 0$$

$$\theta_z = 0.92 \text{ rad}$$

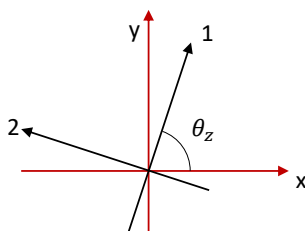


Figura 52

**Analisi della deformazione****Esercizio 1**

1:

$$u = (2x + 7y - 4z) \cdot 10^{-6} [mm]$$

$$v = (x + 5y) \cdot 10^{-6}$$

$$w = (7x - 2z) \cdot 10^{-6}$$

2:

$$[E] = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1.5 \\ 4 & 5 & 0 \\ 1.5 & 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \quad [R] = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -5.5 \\ -3 & 0 & 0 \\ 5.5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6}$$

3:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 7.847 \cdot 10^{-6} & \bar{n}_1 &= \{\pm 0.5777, \pm 0.8115, \pm 0.0880\} \\ \varepsilon_2 &= -3.397 \cdot 10^{-8} & \bar{n}_2 &= \{\pm 0.6721, \mp 0.5341, \pm 0.5128\} \\ \varepsilon_3 &= -2.814 \cdot 10^{-6} & \bar{n}_3 &= \{\pm 0.4631, \mp 0.2371, \mp 0.8540\} \end{aligned}$$

4:

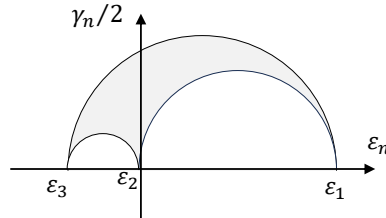


Figura 53

$$5: \quad \varepsilon_{nn} = 7.76 \cdot 10^{-6}$$

**Esercizio 2**

1:

$$\bar{u} = \begin{cases} u = a x^2 + b y \\ v = c y^2 \\ w = 0 \end{cases} \quad [H] = \begin{bmatrix} 2a x & b & 0 \\ 0 & 2c y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2:

$$[E] = \begin{bmatrix} 2 & 1.5 & 0 \\ 1.5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5} \quad [R] = \begin{bmatrix} 0 & 1.5 & 0 \\ -1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5}$$

$$3: \quad \varepsilon_{nn} = 5.5 \cdot 10^{-5}$$

**Esercizio 3**

$$1: \quad \bar{u}_0 = \{3, 2, 0\} [mm] \quad \omega_z = -1.75 \cdot 10^{-3}$$

$$2: [E] = \begin{bmatrix} 8.1 & 3.25 & 0 \\ 3.25 & 2.40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

3:

$$\varepsilon_1 = 9.573 \cdot 10^{-3} \quad \bar{n}_1 = \{0.9109, 0.4127, 0\}$$

$$\varepsilon_2 = 0.927 \cdot 10^{-3} \quad \bar{n}_2 = \{-0.4127, 0.9109, 0\}$$

$$\varepsilon_3 = 0 \quad \bar{n}_3 = \{0, 0, 1\}$$

$$4: \gamma_{n,max} = 9.573 \cdot 10^{-3}$$

**Esercizio 4**

$$1: \bar{u}_0 = \{c, f, g\} [mm] \quad \omega_z = \frac{1}{2} \cdot (d - b)$$

$$2: \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

$$3: [E] = \begin{bmatrix} a & \frac{1}{2} \cdot (b + d) & 0 \\ \frac{1}{2} \cdot (b + d) & e & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \cdot \left( a + e + \sqrt{(a - e)^2 + (b + d)^2} \right)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2} \cdot \left( a + e - \sqrt{(a - e)^2 + (b + d)^2} \right)$$

$$\varepsilon_3 = 0$$

**Esercizio 5**

$$1: [E] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{2} \end{bmatrix} \cdot 10^{-5}$$

2:

$$\varepsilon_1 = 2.428 \cdot 10^{-5} \quad \bar{n}_1 = \{\pm 0.7420, \pm 0.6112, \pm 0.2755\}$$

$$\varepsilon_2 = -7.545 \cdot 10^{-6} \quad \bar{n}_2 = \{\mp 0.1331, \pm 0.3528, \pm 0.9262\}$$

$$\varepsilon_3 = 3.088 \cdot 10^{-5} \quad \bar{n}_3 = \{\mp 0.7315, \pm 0.4738, \mp 0.4903\}$$

$$3: \quad \varepsilon_V = -1.414 \cdot 10^{-5}$$

$$[E_d] = \begin{bmatrix} 0.4714 & 2 & 0 \\ 2 & 0.4714 & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & -0.9428 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5}$$

### Esercizio 6

$$1: \quad \varepsilon_{xx} = 6.00 \cdot 10^{-5} \quad \varepsilon_{yy} = 2.46 \cdot 10^{-4} \quad \varepsilon_{yx} = -7.45 \cdot 10^{-5}$$

2:

$$\varepsilon_1 = 3.385 \cdot 10^{-5} \quad \bar{n}_1 = \{\pm 0.9435, \pm 0.33125, 0\}$$

$$\varepsilon_2 = 2.721 \cdot 10^{-4} \quad \bar{n}_2 = \{\mp 0.33125, \pm 0.9435, 0\}$$

$$\varepsilon_3 = 0 \quad \bar{n}_3 = \{0, 0, \pm 1\}$$

3:

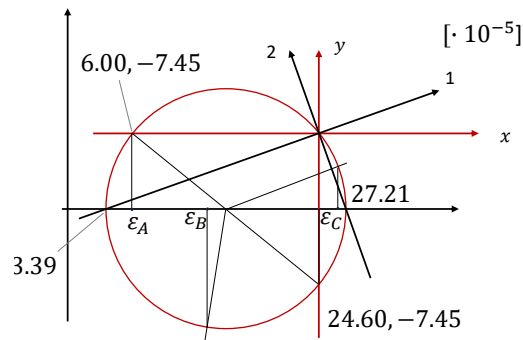


Figura 54

## Il legame costitutivo elastico lineare

### Esercizio 1

1:

$$[E] = \begin{bmatrix} 8.860 & -3.095 & 0 \\ -3.095 & 0.807 & 0 \\ 0 & 0 & -3.948 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

2:

$$[S] = \begin{bmatrix} 208.5 & -50.4 & 0 \\ -50.4 & 77.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [MPa]$$

3:

$$\sigma_1 = 225.6 \text{ [MPa]} \quad \bar{n}_1 = \{\pm 0.9468, \mp 0.3218, 0\}$$

$$\sigma_2 = 60.3 \text{ [MPa]} \quad \bar{n}_2 = \{\mp 0.3218, \pm 0.9468, 0\}$$

$$\sigma_3 = 0 \text{ [MPa]} \quad \bar{n}_3 = \{0, 0, \pm 1\}$$

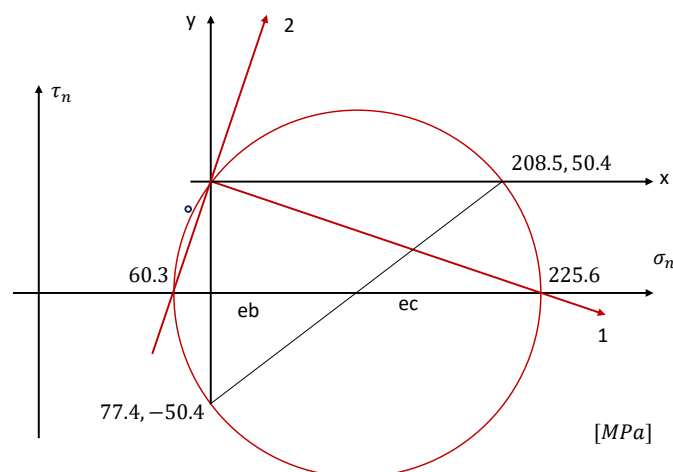


Figura 55

**Esercizio 2**

$$1: \quad \varepsilon_V = -18 \cdot 10^{-5} \quad \Delta V = -115.2 \text{ mm}^3$$

$$2: \quad \Delta a = -0.048 \text{ mm} \quad \Delta b = -0.0048 \text{ mm} \quad \Delta c = -0.0060 \text{ mm}$$

$$3: \quad U_E = 0.0173 \text{ J}$$

**Esercizio 3**

$$1: \quad \bar{\varepsilon} = \{7.756, 3.951, -9.366, 0, -7.619, 5.707\} \cdot 10^{-4}$$

$$2: \quad u_e = 167817 \text{ J/m}^3$$

$$3: \quad u_{e,dev} = 163134 \text{ J/m}^3 \quad u_{e,idr} = 4582.9 \text{ J/m}^3$$

**Esercizio 4**

$$1: \quad \bar{\varepsilon} = \{0.0050, -0.00165, -0.00165, 0, 0, 0.00798\}$$

$$2: \quad \bar{\varepsilon}' = \{0.0000583, 0.00329, -0.00165, 0, 0, 0.00849\}$$

$$3: \quad \Delta_{AB} = 0.0061 \text{ mm}$$

## Criteri di resistenza

### Esercizio 1

1:

$$a : \quad \sigma_{eq,VM} = 197.7 \text{ MPa} \quad \sigma_{eq,Tr} = 223.6 \text{ MPa}$$

$$b : \quad \sigma_{eq,VM} = 239.0 \text{ MPa} \quad \sigma_{eq,Tr} = 251.8 \text{ MPa}$$

2: coefficienti di sicurezza:

$$a : \quad \phi_{a,VM} = 1.82 \quad \phi_{Tr} = 1.61$$

$$b : \quad \phi_{a,VM} = 1.51 \quad \phi_{Tr} = 1.43$$

### Esercizio 2

$$\sigma_{eq,Tr} = 145.1 \text{ MPa} \quad \phi_{Tr} = 2.89$$

$$\sigma_{eq,VM} = 139.5 \text{ MPa} \quad \phi_{VM} = 3.01$$

### Esercizio 3

$$Tresca : \quad \theta = 45^\circ \quad Von \ Mises \quad \theta = 54.7^\circ$$

### Esercizio 4

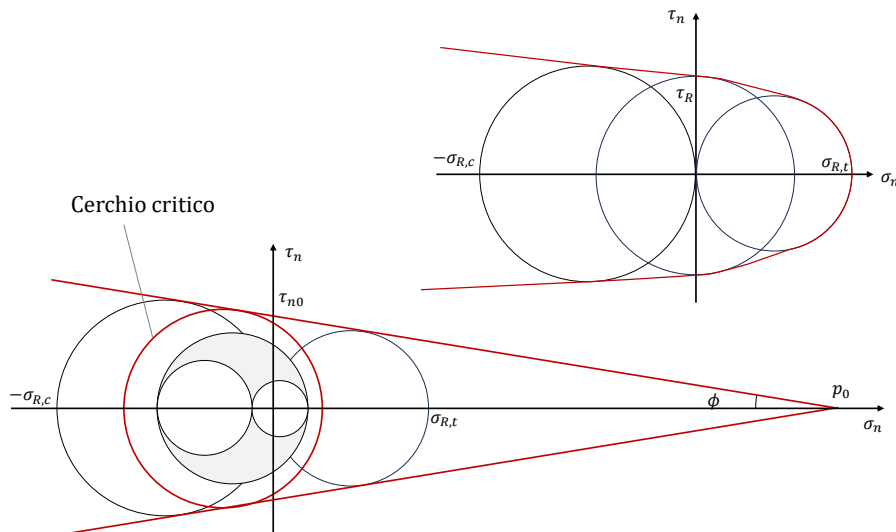


Figura 56

$$p_0 = 1285.7 \text{ MPa} \quad \phi = 0.1628 \quad \tau_{n,0} = 212.1 \text{ MPa}$$

$$\text{Coefficiente di sicurezza: } \alpha = 1.31$$

**Esercizio 5**

$$\text{Per entrambi i criteri: } \sigma_{zz,y} = 85.3 \text{ MPa} \quad U_{E,y} = 0.356 \text{ J}$$

**Azione normale****Esercizio 1**

1:

$$C_1C_2 : \quad \sigma_{zz,1} = 147.1 \text{ MPa} \quad \phi_1 = 1.99$$

$$C_3C_3 : \quad \sigma_{zz,2} = 117.9 \text{ MPa} \quad \phi_2 = 1.60$$

$$2: \quad \Delta L_{C_1C_2} = 0.90 \text{ mm} \quad \Delta L_{C_1C_3} = 2.44 \text{ mm}$$

**Esercizio 2**

1:

$$1) \quad \sigma_{zz,1} = 125.0 \text{ MPa} \quad \phi_1 = 2.84$$

$$2) \quad \sigma_{zz,2} = -92.9 \text{ MPa} \quad \phi_2 = 3.01$$

$$2: \quad w_A = 0.69 \text{ mm}$$

**Esercizio 3**

1:

$$AB : \quad \sigma_{zz} = 26.3 \text{ MPa} \quad BD : \quad \sigma_{zz} = -6.1 \text{ MPa}$$

$$DC : \quad \sigma_{zz} = 7.9 \text{ MPa} \quad BE : \quad \sigma_{zz} = 30.5 \text{ MPa}$$

$$DE : \quad \sigma_{zz} = -23.0 \text{ MPa} \quad \phi_{min} = 7.7$$

$$2: \quad w_B = 0.15 \text{ mm} \quad w_C = 0.12 \text{ mm}$$

**Esercizio 4**

$$\text{Rispetto all'orizzontale: } \beta = 9.08 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \quad \text{verso orario}$$

**Esercizio 5**

Rotazione:  $\approx 0.74$  giri      Angolo:  $\phi \approx 267^\circ$

**Esercizio 6**

1:  $q = 153.7$  N/mm

2:  $\Delta = 2.71$  mm

3:

$$(1) \quad \sigma_{zz} = 77 \text{ MPa} \quad \phi_s = 3.9$$

$$(2) \quad \sigma_{zz} = 157.5 \text{ MPa} \quad \phi_s = 3.0$$

**Esercizio 7**

1:  $F_1 = 40574$  N     $F_2 = 69479$  N     $F_3 = -27065$  N     $F_4 = 4370$  N

2:  $\phi_{s,min} = 1.50$

3:  $w_1 = 2.46$  mm     $w_2 = 4.21$  mm     $w_3 = -1.64$  m     $w_4 = 0.26$  mm

**Esercizio 8**

1:  $\sigma_{zz,A} = -23.3$  MPa     $\phi_{s,A} = 6.0$      $\sigma_{zz,A} = 78.1$  MPa     $\phi_{s,A} = 3.5$

2:  $L_{B,fin} = 1001.3$  mm

3:

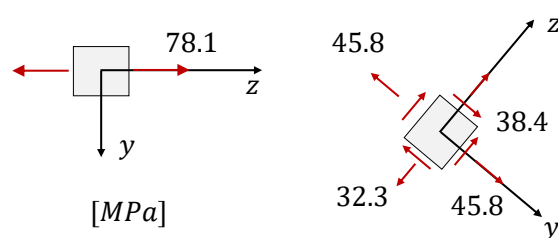


Figura 57

4: Gioco iniziale:  $g = 0.51$  mm



## Flessione semplice

### Esercizio 1

$$1: \sigma_{zz,max} = 40.0 \text{ MPa} \quad 2: \delta = 1.40 \text{ mm}$$

### Esercizio 2

1:

$$I_{xx} = 32853333 \text{ mm}^4 \quad I_{yy} = 4693333 \text{ mm}^4 \quad I_{xy} = -8640000 \text{ mm}^4$$

$$I_{XX} = 35292897 \text{ mm}^4 \quad I_{YY} = 2253769 \text{ mm}^4 \quad \theta = 0.275 \text{ rad}$$

$$2: \text{ asse m: } \theta = -0.275 \text{ rad} \quad \text{ asse n: } \beta = -1.348 \text{ rad}$$

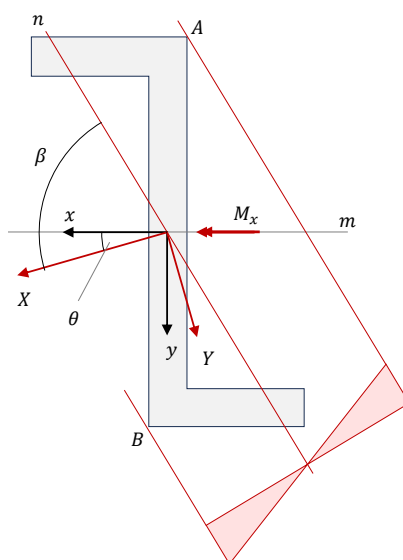


Figura 58

$$3: \sigma_{zz,B} = 69.9 \text{ MPa} \quad \sigma_{zz,B} = -69.9 \text{ MPa} \quad \phi_s = 3.72$$

$$4: u = -12.06 \text{ mm} \quad v = 2.73 \text{ mm} \quad \delta = 12.36 \text{ mm} \leq \delta_{amm} = 15 \text{ mm}$$

### Esercizio 3

$$1: \sigma_{zz,A} = 187.3 \text{ MPa} \quad \sigma_{zz,B} = -160.4 \text{ MPa} \quad \phi_s = 1.47$$

$$2: x_0 = -8,28 \text{ mm} \quad y_0 = 11.60 \text{ mm} \quad f \perp n$$

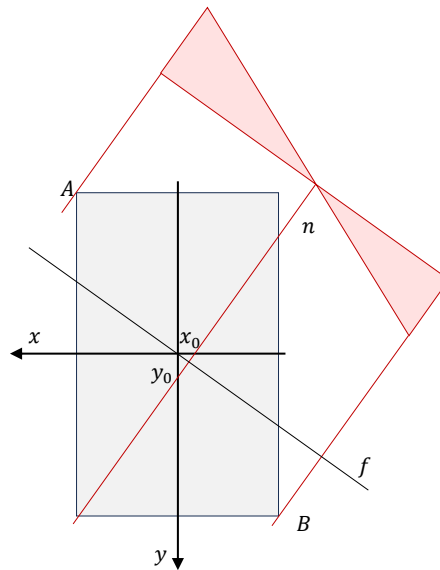


Figura 59

$$3: u = -3.96 \text{ mm} \quad v = 2.83 \text{ mm} \quad \delta = 4.86 \text{ mm} \leq \delta_{amm} = 8 \text{ mm}$$

**Esercizio 4**

$$1: H_A/H_s = 2.056 \quad B_A/B_s = 0.327$$

$$H_A = 185.2 \text{ mm} \quad B_A = 15.5 \text{ mm} \quad H_s = 90.1 \text{ mm} \quad B_s = 47.3 \text{ mm}$$

$$2: m_s/m_A = 4.24$$

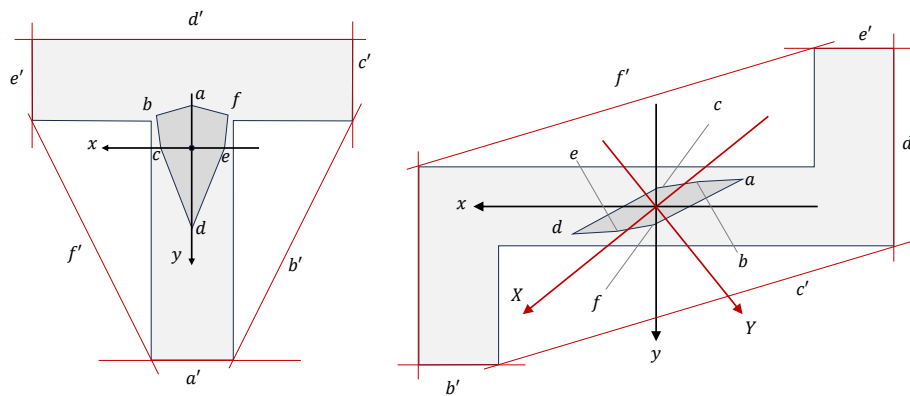
**Esercizio 5**

Figura 60

1:

$$\begin{array}{cccccc}
 & a & b & c & d & e & f \\
 x_c & 0 & 0.438a & 0.399a & 0 & -0.399a & -0.438a \\
 y_c & -0.510a & -0.370a & 0 & 0.994a & 0 & -0.370a
 \end{array}$$

2:

$$\begin{array}{cccccc}
 & a & b & c & d & e & f \\
 x_c & -2.148b & -1.041b & -0.107b & 2.148b & 1.041b & 0.107b \\
 y_c & -0.694b & -0.639b & -0.466b & 0.694b & 0.639b & 0.466b
 \end{array}$$

**Esercizio 6**

$$1: \quad \sigma_{zz,i} = -95.2 \text{ MPa} \quad \sigma_{zz,e} = 83.3 \text{ MPa} \quad \phi_{s,min} = 3.73$$

i=intradosso, e=estradosso

$$2: \quad \sigma_{zz,n} = \pm 88.9 \text{ MPa}$$

**Esercizio 7**

$$1: \quad \text{solo legno: } \phi_s = 2.92 \quad \text{assemblaggio: } \phi_{s,a} = 4.16$$

$$2: \quad \text{solo legno: } \delta_l = 2.74 \text{ mm} \quad \text{assemblaggio: } \delta_a = 1.52 \text{ mm}$$

**Esercizio 8**

$$1: \quad (a) \quad M_{x,a-max} = 256.7 \text{ Nm} \quad (b): \quad M_{x,b-max} = 1540 \text{ Nm}$$

$$\frac{M_{x,b-max}}{M_{x,a-max}} = 6$$

2: per le due condizioni di momento massimo:

$$\delta_a = 76.4 \text{ mm} \quad \delta_b = 50.9 \text{ mm}$$

3: a parità di momento applicato:

$$\frac{\delta_a}{\delta_b} = 9$$

**Torsione****Esercizio 1**

$$1: \quad P = 15640 \text{ W}$$

2:

$$\tau_{max,1} = 135.9 \text{ MPa} \quad \tau_{max,2} = 129.0 \text{ MPa} \quad \tau_{max,3} = 120.2 \text{ MPa}$$

$$\phi_{s,1} = 2.12 \quad \phi_{s,2} = 2.24 \quad \phi_{s,3} = 2.40$$

3:  $\theta_{z,tot} = 0.106 \text{ rad}$ **Esercizio 2**

1:

$$\tau_{max,1} = 77.7 \text{ MPa} \quad \tau_{max,2} = 53.8 \text{ MPa}$$

$$\phi_{s,1} = 2.04 \quad \phi_{s,2} = 2.14$$

2:  $K_t = 17083 \text{ Nm/rad}$ **Esercizio 3**1:  $q = 11.26 \text{ Nmm/mm}^2$ 

2:

$$\tau_{max,1} = 140.7 \text{ MPa} \quad \tau_{max,2} = 88.4 \text{ MPa}$$

$$\phi_{s,1} = 1.46 \quad \phi_{s,2} = 2.32$$

3:  $\Delta\theta_z = 0.0286 \text{ rad}$ **Esercizio 4**1:  $K_a = 1982.6 \quad K_{ab} = 4518.5 \quad K_{abc} = 19473.4 \quad [\text{Nm/rad}]$ 

2:

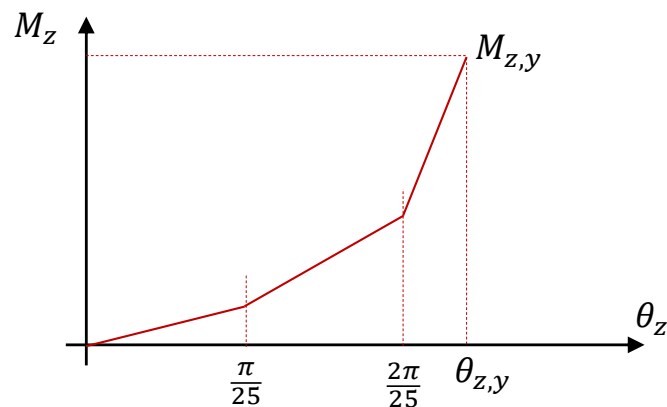


Figura 61

$$3: \quad \theta_{z,y} = 0.301 \text{ rad} \quad M_{z,y} = 1793.8 \text{ Nm}$$

**Esercizio 5**

$$1: \quad M_{z,0} = 23817.8 \text{ Nm}$$

$$2: \quad U_E = 416.8 \text{ J}$$

$$3: \quad \sigma_{y'y'} = 100.3 \text{ MPa} \quad \tau_{y'z'} = -17.1 \text{ MPa} \quad \sigma_{z'z'} = -100.3 \text{ MPa}$$

$$\phi_s = 2.01$$

**Esercizio 6**

$$1: \quad L = \frac{\sqrt{\pi}}{2} d$$

$$2: \quad L = \sqrt[3]{\frac{\pi}{4}} d$$

$$3: \quad L = d \quad s_1 = \frac{\pi}{4} s_2 \quad (1=\text{quadrato}, 2=\text{cerchio})$$

4:

$$a: \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} = 1.12 \quad b: \quad \frac{m_1}{m_2} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi^2}} = 1.174 \quad c: \quad \frac{m_1}{m_2} = 1$$

**Esercizio 7**

$$1: \quad a: M_{z,max} = 20440.5 \text{ Nm} \quad b: M_{z,max} = 520.4 \text{ Nm}$$

$$2: \quad a: \Theta_{max} = 4.84 \cdot 10^{-2} \text{ rad/m} \quad b: M_{z,max} = 6.34 \cdot 10^{-1} \text{ rad/m}$$

$$\text{A parità di coppia applicata:} \quad \frac{\Theta_a}{\Theta_b} = 514.3$$

**Esercizio 8**

$$1: \quad F = 34516 \text{ N}$$

$$2: \quad \theta_z = 0.0427 \text{ rad}$$

$$3: \quad U_E = 2071 \text{ J}$$

## Taglio e flessione

### Esercizio 1

1:  $z = a$  oppure  $z = a + L$        $\tau_{\lambda z, max} = 17.2 \text{ MPa}$

2:

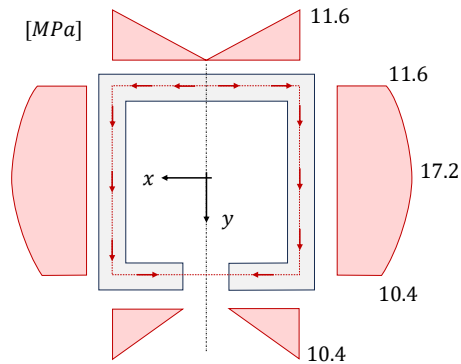


Figura 62

3:  $z = a + L/2$        $\sigma_{zz, max} = 159.1 \text{ MPa}$

4:  $\sigma_{eq,1} = 26.4 \text{ MPa}$        $\sigma_{eq,2} = 159.4 \text{ MPa}$

### Esercizio 2

1:  $\tau_{\lambda z, max} = 7.8 \text{ MPa}$       nell'appoggio intermedio

2:  $\sigma_{xz, max} = 178.3 \text{ MPa}$       all'estremità vincolata da manicotto

3: estremo vincolato       $v_T \approx 0.05 \text{ mm}$        $v_{Mx} \approx 16.3 \text{ mm}$   
 estremo libero       $v_T \approx 0.01 \text{ mm}$        $v_{Mx} \approx 9.5 \text{ mm}$

### Esercizio 3

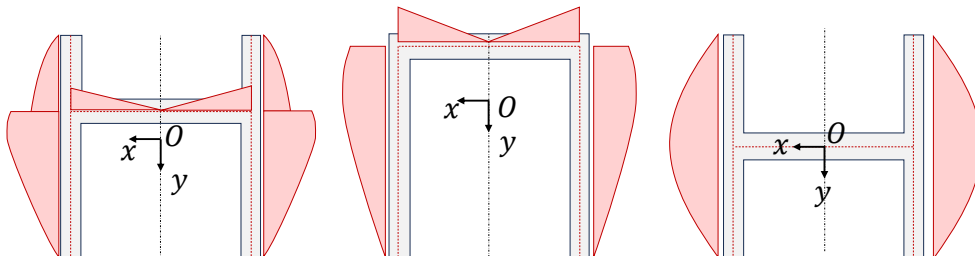


Figura 63

**Esercizio 4**

1:

Flessione:  $z_{max} = 913 \text{ mm} \rightarrow \sigma_{zz,max} = 73.7 \text{ MPa}$

Taglio, interfaccia d'unione:  $z_{max} = 1500 \text{ mm} \rightarrow \tau_{\lambda z} = 9.9 \text{ MPa}$

2: Tensione di taglio nelle viti  $\tau_m = 119.2 \text{ MPa} < \tau_{amm} = 200 \text{ MPa}$

**Esercizio 5**

1:  $e = 25.9 \text{ mm}$

2:  $\tau_{\lambda z,T,max} = 16.6$        $\tau_{\lambda z,Mz,max} = 41.8$        $\tau_{\lambda z,max} = 58.4 \text{ [MPa]}$

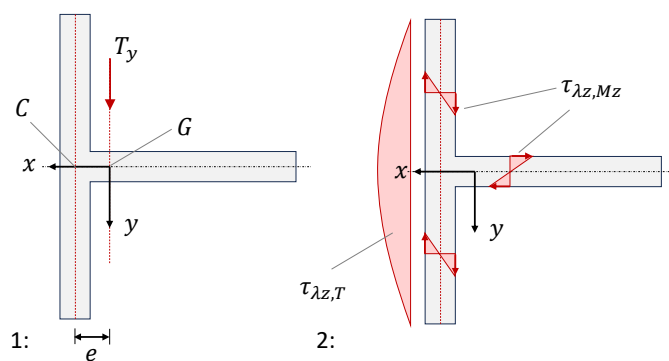


Figura 64

3:  $s_2 = 3.3 \text{ mm}$

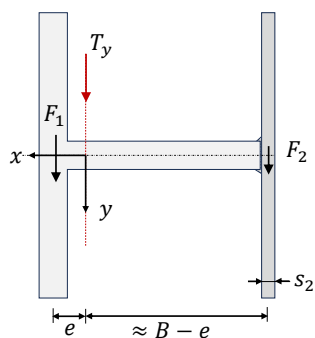


Figura 65

## Analisi strutturale

### Esercizio 1

1:

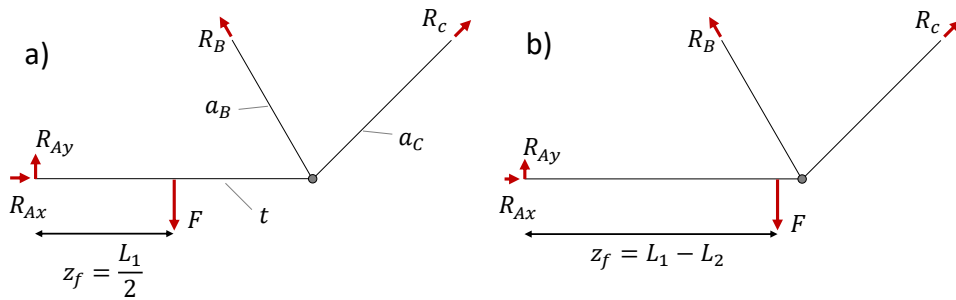


Figura 66

2:

a)  $\sigma_{zz,t} = 104.8 \text{ MPa}$

b)  $\sigma_{zz,aB} = 91.4 \text{ MPa}$        $\sigma_{zz,aC} = 61.1 \text{ MPa}$

$\phi_{s,min} = 2.62$

3:  $\delta_y = 9.7 \text{ mm}$

### Esercizio 2

Potenziati condizioni critiche:

1.  $\alpha = \pi/4$  : massimo momento flettente all'incastro;
2.  $\alpha = \pi/2$  : massimo momento torcente all'incastro;
3.  $\alpha = 0$  : massimo momento flettente rispetto all'asse debole del profilato rettangolare.

2:

1.  $\sigma_{eq} = 106.9 \text{ MPa}$        $\phi_s = 2.57$

2.  $\sigma_{eq} = 101.2 \text{ MPa}$        $\phi_s = 2.72$

3.  $\sigma_{zz,max} = 80 \text{ MPa}$        $\phi_s = 3.44$

3: 1.  $\delta = 5.80 \text{ mm}$       2.  $\delta = 6.00 \text{ mm}$       3.  $\delta = 4.91 \text{ mm}$



**Esercizio 3**

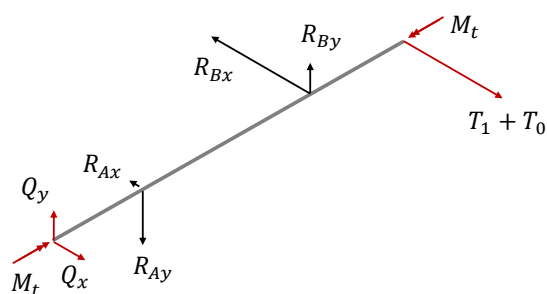


Figura 67

1:

$$\sigma_{eq,A} = 67.7 \text{ MPa} \quad \phi_s = 5.24$$

$$\sigma_{eq,B} = 122.1 \text{ MPa} \quad \phi_s = 2.91$$

2:  $\delta = 0.44 \text{ mm}$

**Esercizio 4**

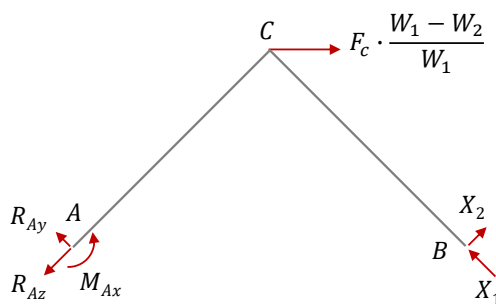


Figura 68

1:

$$R_{Az} = 33775 \text{ N} \quad R_{Ay} = 65 \text{ N} \quad M_{Ax} = 44508 \text{ Nmm}$$

$$X_1 = 33697 \text{ N} \quad X_2 = 13 \text{ N}$$

2:

$$AC : \sigma_{zz,max} = 99.1 \text{ MPa} \quad \phi_s = 2.77$$

$$CB : \sigma_{zz,min} = -89.9 \text{ MPa} \quad \phi_s = 3.06$$

$$\text{Carico critico } CB : P_{cr} \approx 153 \text{ kN}$$

**Esercizio 5**

1:

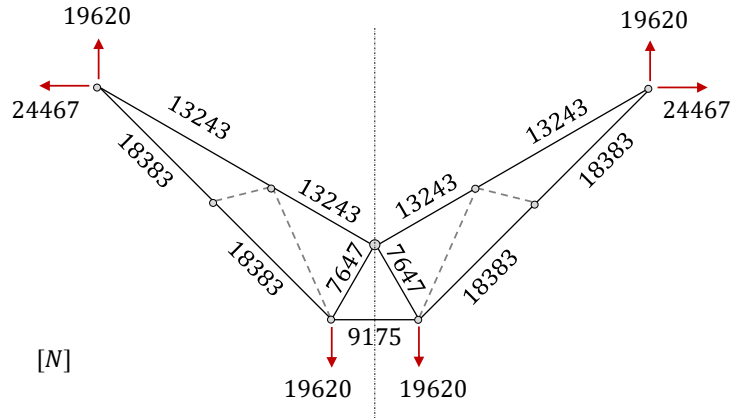


Figura 69

2:  $\sigma_{zz,max} = 49.3 \text{ MPa}$       $\phi_s = 5.68$ 3:  $\delta = 5.3 \text{ mm}$ **Esercizio 6**

1:

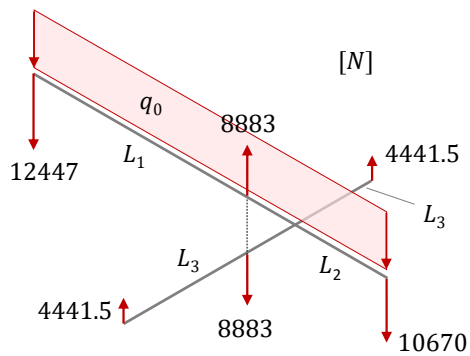


Figura 70

2:

Con irrigidimento :  $\delta_y = 20.5 \text{ mm}$ Senza irrigidimento :  $\delta_y = 36.0 \text{ mm}$

3:

$$\frac{L_3^3}{I_2} \rightarrow 0 : \text{ appoggio non cedevole}$$

$$\frac{L_3^3}{I_2} \rightarrow \infty : \text{ nessun vincolo}$$

**Esercizio 7**

1:

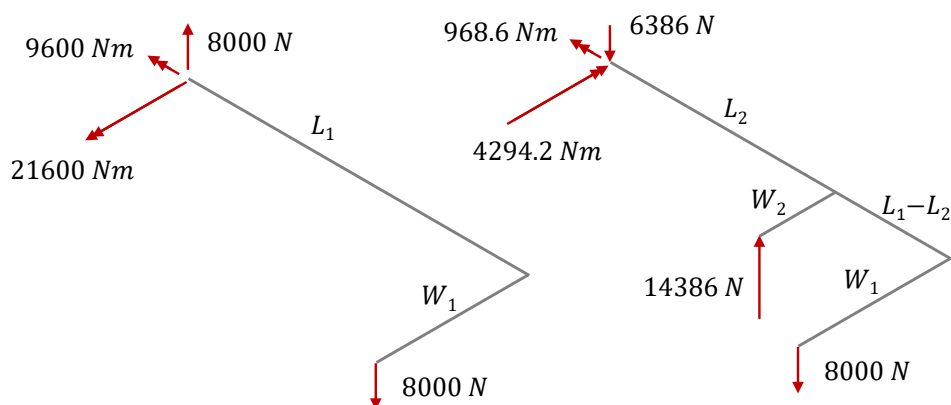


Figura 71

2:

Con irrigidimento :  $\delta_y = 22.2 \text{ mm}$

Senza irrigidimento :  $\delta_y = 94.6 \text{ mm}$

3:

Con irrigidimento :  $\sigma_{eq} = 136.0 \text{ MPa}$        $\phi_s = 2.61$

Senza irrigidimento :  $\sigma_{eq} = 286.2 \text{ MPa}$        $\phi_s = 1.24$

**Esercizio 8**

1:  $\Delta T = 44.1 \text{ K}$  2:

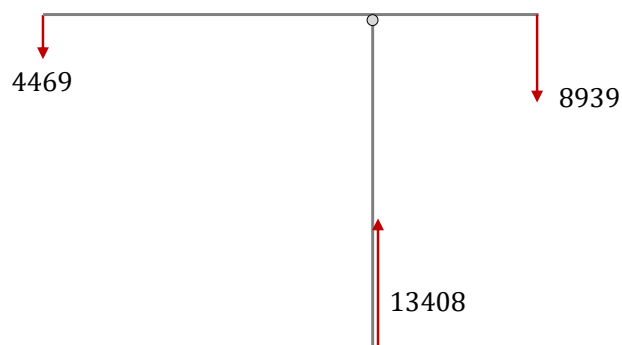


Figura 72

3:

Trave :  $\sigma_{zz,max} = 115.6 \text{ MPa}$        $\phi_s = 3.07$ Puntone :  $\sigma_{zz} = -43.2 \text{ MPa}$        $\phi_s = 8.21$ Carico critico  $\sigma_{zz} = 29978 \text{ N}$        $\phi_{s,cr} = 2.24$