

# Indice

XI *Gli autori*

XIII *Prefazione*

## Parte prima – *Metodi*

### 5 **Capitolo 1 – Elementi di geometria proiettiva**

*di Riccardo Migliari*

- 5 1.1 Gli enti geometrici fondamentali
- 6 1.2 Convenzioni
- 7 1.3 L'operazione di proiezione
- 9 1.4 L'ampliamento proiettivo dello spazio euclideo
- 12 1.5 Le forme geometriche fondamentali
- 13 1.6 Le proprietà invarianti
- 15 1.7 L'omografia
- 17 1.8 L'omologia piana
- 21 1.9 I casi particolari di omologia piana
- 24 1.10 L'omologia solida

### 26 **Capitolo 2 – Elementi di geometria solida**

*di Riccardo Migliari*

- 26 2.1 Appartenenza
- 27 2.2 Parallelismo
- 28 2.3 Perpendicolarità
- 30 2.4 Angoli
- 31 2.5 Intersezioni

### 34 **Capitolo 3 – Rappresentazione prospettica**

*di Andrea Casale*

- 34 3.1 Genesi dell'immagine prospettica
- 34 3.2 Rappresentazione degli enti fondamentali
- 41 3.3 Condizioni di appartenenza, di parallelismo e di complanarità
- 44 3.4 Le costruzioni fondamentali della prospettiva
- 48 3.5 La soluzione dei problemi di misura
- 62 3.6 Breve storia della prospettiva

### 66 **Capitolo 4 – Rappresentazione in pianta e alzato**

*di Marco Fasolo*

- 66 4.1 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali
- 69 4.2 Rappresentazione di enti geometrici in posizione particolare
- 73 4.3 Costruzioni elementari o fondamentali
- 80 4.4 Costruzione di relazioni appartenenza e posizione
- 83 4.5 Costruzioni elementari relative alla perpendicolarità
- 87 4.6 Misure elementari e costruzioni relative
- 95 4.7 Costruzione di alcune figure elementari
- 97 4.8 Rappresentazione di una schiera di cubi librati nello spazio
- 97 4.9 Breve storia del metodo di rappresentazione in pianta e alzato

- 108 **Capitolo 5 – Rappresentazione quotata**  
*di Laura Carlevaris*
- 108 5.1 Genesi della proiezione quotata
- 109 5.2 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali
- 116 5.3 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali in posizione particolare
- 119 5.4 Costruzioni elementari o fondamentali
- 128 5.5 Condizioni di appartenenza e parallelismo
- 132 5.6 Problemi metrici fondamentali: misura e ortogonalità
- 140 5.7 Rappresentazione di un tetto
- 145 5.8 Rappresentazione delle superfici topografiche
- 148 5.9 Breve storia della rappresentazione quotata
- 153 **Capitolo 6 – Rappresentazione in prospettiva parallela (assonometria)**  
*di Laura De Carlo*
- 153 6.1 Generalità
- 154 6.2 Proiezione parallela ortogonale
- 6.2.1 Genesi spaziale della prospettiva parallela ortogonale, p. 154 – 6.2.2 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali, p. 156 – 6.2.3 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali in posizione particolare, p. 158 – 6.2.4 Costruzioni elementari o fondamentali, p. 162 – 6.2.5 Costruzione di relazioni di appartenenza e posizione, p. 166 – 6.2.6 Costruzioni elementari relative alla perpendicolarità, p. 169 – 6.2.7 Misure elementari e costruzioni relative, p. 175
- 182 6.3 Proiezione parallela obliqua
- 6.3.1 Genesi spaziale della prospettiva parallela obliqua, p. 182 – 6.3.2 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali, p. 183 – 6.3.3 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali in posizione particolare, p. 186 – 6.3.4 Costruzione di relazioni di appartenenza e posizione, p. 189 – 6.3.5 Costruzioni elementari o fondamentali, p. 190 – 6.3.6 Costruzioni elementari relative alla perpendicolarità, p. 191 – 6.3.7 Misure elementari e costruzioni relative, p. 197
- 201 6.4 Breve storia della rappresentazione prospettica parallela
- 206 **Capitolo 7 – Rappresentazione matematica**  
*di Stefano Cinti Luciani, Riccardo Migliari*
- 206 7.1 Premessa sui metodi di rappresentazione informatica
- 207 7.2 La rappresentazione matematica
- 213 7.3 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali
- 216 7.4 Rappresentazione di enti geometrici in posizione particolare
- 220 7.5 Alcune costruzioni elementari
- 224 7.6 Breve storia della rappresentazione matematica
- 228 **Capitolo 8 – Rappresentazione numerica o poligonale**  
*di Marco De Angelis, Riccardo Migliari, Alberto Sdegno*
- 228 8.1 Generalità
- 233 8.2 Rappresentazione di enti geometrici in posizione particolare
- 239 8.3 Alcune costruzioni elementari
- 245 8.4 Breve storia della rappresentazione numerica
- Parte seconda – Costruzioni**
- 255 **Capitolo 1 – Costruzione di relazioni di appartenenza e posizione**  
*di Riccardo Migliari*
- 255 1.1 Costruzione della retta orizzontale  $r$  che appartiene a un piano generico e ha una data quota
- 255 1.2 Costruzione del punto  $P$  intersezione di tre piani  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  dati
- 256 1.3 Costruzione della retta  $q$  che passa per un punto  $P$  e si appoggia a due rette sghembe  $r$  e  $s$

- 256 1.4 Costruzione della retta  $r$  che passa per un punto  $P$  dato ed è parallela a un piano  $\alpha$  dato (problema indeterminato)
- 256 1.5 Costruzione della retta orizzontale  $r$  che passa per un punto  $P$  dato ed è parallela a un piano  $\alpha$  dato
- 257 1.6 Costruzione del piano che passa per un punto  $P$  dato ed è parallelo a una retta  $r$  data (problema indeterminato)
- 257 1.7 Costruzione del piano che passa per un punto  $P$  dato ed è parallelo a un altro piano  $\alpha$ , pure dato
- 258 1.8 Costruzione del piano che passa per un punto  $P$  dato ed è parallelo a due rette sghembe  $a$  e  $b$ , date
- 258 1.9 Costruzione del piano che passa per una retta data  $a$  ed è parallelo a un'altra retta  $b$ , pure data
- 259 1.10 Costruzione della retta  $r$  che si appoggia a due rette sghembe  $a$  e  $b$ , date, ed è parallela a un'altra retta  $c$ , data

## 260 **Capitolo 2 – Costruzione di relazioni di perpendicolarità**

*di Riccardo Migliari*

- 260 2.1 Costruzione del piano  $\gamma$  verticale che passa per un punto  $P$  dato ed è perpendicolare a un altro piano  $\alpha$  dato
- 260 2.2 Costruzione del piano  $\gamma$  che passa per un punto  $P$  dato ed è perpendicolare ad altri due piani  $\alpha$  e  $\beta$ , pure dati
- 261 2.3 Costruzione del piano  $\gamma$  che passa per una retta  $r$  data ed è perpendicolare a un altro piano  $\alpha$ , pure dato
- 262 2.4 Costruzione della perpendicolare comune a due rette sghembe,  $r$  e  $s$  (retta di minima distanza)

## 264 **Capitolo 3 – Misure e costruzione di relazioni metriche**

*di Riccardo Migliari*

- 264 3.1 Misura della distanza di un punto  $P$  da un piano  $\alpha$
- 264 3.2 Misura della distanza di due piani  $\alpha$  e  $\beta$ , paralleli
- 264 3.3 Misura della distanza di un punto  $P$  da una retta  $r$  in posizione generica
- 264 3.4 Misura della minima distanza di due rette sghembe,  $r$  e  $s$
- 264 3.5 Costruzione di un segmento di data lunghezza  $AB$  che appartiene a una retta  $r$  data
- 265 3.6 Costruzione del luogo geometrico dei punti equidistanti da due punti  $P$  e  $Q$ , dati
- 265 3.7 Costruzione del luogo geometrico dei punti equidistanti da tre punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  dati
- 266 3.8 Dati tre punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  e un piano  $\alpha$ , costruire il punto  $D$ , equidistante dai tre punti e dal piano  $\alpha$  dati
- 267 3.9 Costruzione del punto  $S$  equidistante da quattro punti  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  dati
- 268 3.10 Costruzione del luogo geometrico dei punti dello spazio che distano da un dato piano  $\alpha$ , una misura assegnata mediante un segmento  $AB$ , dato in una posizione qualsiasi
- 268 3.11 Misura degli angoli  $\Theta$  e  $\Psi$ , supplementari, formati da due piani  $\alpha$  e  $\beta$ , assegnati
- 269 3.12 Costruzione della retta  $s$  che forma, con un'altra,  $r$ , data in un piano  $\alpha$ , un angolo  $\varphi$  dato per mezzo di due rette incidenti  $a$  e  $b$
- 270 3.13 Costruzione della retta  $r$  che ha una data proiezione geometrica  $r_1$  e un dato angolo di pendenza,  $\Psi$

- 270 3.14 Costruzione della retta  $r$ , che appartiene a un piano inclinato  $\alpha$  dato, passa per un punto  $P$  di  $\alpha$  e ha un dato angolo di pendenza,  $\Psi$
- 271 3.15 Costruzione del piano  $\beta$  che passa per una retta  $r$  data in un piano  $\alpha$  e forma con questo ultimo un dato angolo diedro  $\Psi$
- 272 3.16 Costruzione del piano che ha una data traccia geometrica e un dato angolo di pendio
- 272 3.17 Costruzione di un piano  $\alpha$ , di dato angolo di pendio, che passa per una retta  $r$  data
- 274 **Capitolo 4 – Costruzioni relative al cerchio**  
*di Federico Fallavollita*
- 274 4.1 Costruzione del cerchio date tre condizioni (problema di Apollonio)
- 275 4.2 Cerchio per tre punti distinti e non allineati
- 276 4.3 Cerchi che passano per due punti e sono tangenti a una retta
- 278 4.4 Cerchi che passano per un punto e sono tangenti a due rette date
- 279 4.5 Cerchi tangenti a tre rette date
- 280 4.6 Cerchi che passano per due punti e sono tangenti a una circonferenza
- 284 4.7 Cerchi per un punto dato, tangenti a una retta e a una circonferenza pure assegnate
- 286 4.8 Cerchi per un punto dato, tangenti a due circonferenze pure assegnate
- 286 4.9 Cerchi tangenti a due rette date e a una circonferenza pure assegnata
- 287 4.10 Cerchi tangenti a una retta data e a due circonferenze, pure assegnate
- 288 4.11 Cerchi tangenti a tre circonferenze date
- 293 4.12 Costruzione del cerchio inscritto in un triangolo
- 294 4.13 Costruzione del cerchio circoscritto a un triangolo
- 295 4.14 Costruzione del cerchio tangente a due cerchi con diversa giacitura (configurazione di Kasner)
- 298 4.15 Costruzione della retta  $p$  polare del punto  $P$  rispetto al cerchio
- 300 4.16 Costruzione del punto  $P$  detto polo della retta  $p$  rispetto al cerchio
- 301 4.17 Costruzione del triangolo polare rispetto a un cerchio
- 302 4.18 Costruzione del parallelogrammo inscritto nel cerchio, del parallelogrammo circoscritto al cerchio e di due suoi diametri coniugati
- 303 4.19 Costruzione dell'ellisse dati una coppia di diametri coniugati
- 304 4.20 Costruzione di un esagono semplice inscritto e circoscritto a un cerchio e rispettivamente della retta  $r$  di Pascal e del punto  $P$  di Brianchon
- 306 4.21 Costruzione di un pentagono semplice inscritto in un cerchio, di un pentagono semplice circoscritto a un cerchio e loro proprietà proiettive
- 306 4.22 Costruzione di un quadrangolo semplice inscritto in un cerchio, di un quadrangolo semplice circoscritto a un cerchio e loro proprietà proiettive
- 307 4.23 Costruzione del triangolo semplice inscritto in un cerchio, di un triangolo semplice circoscritto a un cerchio e loro proprietà proiettive
- 307 4.24 Costruzione della conica per cinque punti dati
- 310 4.25 Costruzione della conica per cinque tangenti

- 311 4.26 Costruzione della conica per quattro punti e la tangente in uno di essi
- 312 4.27 Costruzione della conica per quattro tangenti e il punto di contatto in una di esse
- 313 4.28 Dati cinque punti di una conica trovare un altro punto della conica
- 315 4.29 Costruzione della conica dati due fasci prospettivi
- 317 **Capitolo 5 – Divisione di un segmento e sezione aurea**  
*di Riccardo Migliari*
- 321 **Capitolo 6 – Poligonalità e poligoni**  
*di Riccardo Migliari*
- 323 **Capitolo 7 – Costruzione di angoli solidi**  
*di Leonardo Baglioni*
- 323 7.1 Definizioni
- 323 7.2 Teorema: ciascuna faccia di un triedro è più piccola della somma delle altre due
- 324 7.3 Teorema: la somma delle facce di un angoloide convesso è minore di quattro angoli retti
- 324 7.4 Teorema: in un triedro la somma dei tre diedri è compresa tra due angoli retti e sei angoli retti
- 325 7.5 Teorema: in un triedro la differenza tra il più piccolo dei diedri e la somma degli altri due è minore di due angoli retti
- 325 7.6 Costruire il piano bisettore di un diedro dato
- 326 7.7 Costruire il triedro date le tre facce
- 327 7.8 Costruire il triedro date due facce e il diedro compreso
- 328 7.9 Costruire il triedro date due facce e il diedro opposto a una di esse
- 331 7.10 Costruire il triedro data una faccia e i due diedri adiacenti
- 332 7.11 Costruire il triedro dati due diedri e una faccia opposta
- 333 7.12 Costruire il triedro dati i tre diedri
- 335 7.13 Ridurre un angolo all'orizzonte
- 336 7.14 Dati due piani tra loro perpendicolari e un punto esterno ad essi, costruire un terzo piano che passa per il punto dato e forma con entrambi i piani dati il medesimo angolo
- 338 7.15 Dati due piani tra loro perpendicolari e una retta esterna ad essi, costruire un terzo piano che passa per la retta data e forma con entrambi i piani dati il medesimo angolo
- 339 7.16 Dati tre piani costruire i piani bisettori dei due diedri formati dai primi due col terzo e relativa retta intersezione
- 339 7.17 Costruire i piani mediani delle facce di un triedro dato e la loro retta intersezione
- 340 7.18 Costruire un triedro rettangolo, conoscendo una delle facce del diedro retto e il diedro opposto alla faccia nota
- 341 7.19 Date due rette incidenti costruire il punto che dista da ciascuna e dal piano che esse individuano, quantità date
- 341 7.20 Costruire una piramide regolare data la base pentagonale e l'angolo diedro che le facce formano con la base
- 342 7.21 Costruire la piramide formata dai piani bisettori dei diedri formati dalle facce di una piramide con il piano orizzontale
- 343 7.22 Dato un tetraedro irregolare, costruire i punti di concorso dei due gruppi seguenti: 1. le tre rette che uniscono due a due i punti medi degli spigoli opposti; 2. le quattro rette che uniscono ciascuno dei vertici al baricentro della faccia opposta

343	7.23	Dato un triangolo acutangolo, costruire la piramide trirettangola che lo ha per base	354	9.5	Costruzione di una piramide data la base e il vertice		
345	<b>Capitolo 8 – Costruzione di poliedri elementari</b>				356	9.6	Costruzione di una piramide triangolare date le lunghezze dei sei spigoli
	<i>di Riccardo Migliari</i>				357	9.7	Costruzione della sezione retta di un parallelepipedo e di un prisma obliqui e loro sviluppi nel piano
345	8.1	Poliedri	359	9.8	Costruzione della sezione quadrata di un parallelepipedo avente per base un parallelogramma		
346	8.2	Tetraedro	361	9.9	Costruzione della sezione di una piramide con un piano in posizione generica e sviluppo nel piano		
347	8.3	Esaedro	363	9.10	Costruzione della sezione di una piramide triangolare che taglia i tre spigoli secondo lo stesso angolo		
347	8.4	Ottaedro	364	9.11	Costruzione della sezione di una piramide, avente per base un quadrilatero, tale che questa risulti un parallelogramma		
347	8.5	Dodecaedro	365	9.12	Costruzione dei punti di intersezione di una retta data con le facce di un poliedro dato		
349	8.6	Icosaedro	367	9.13	Costruzione dell'intersezione di due poliedri dati nel caso della compenetrazione e dello sfaldamento e relativi sviluppi		
350	8.7	Sviluppi					
352	<b>Capitolo 9 – Parallelepipedo, prismi, piramidi e loro sezioni, intersezioni e sviluppi piani</b>				369	<i>Bibliografia</i>	
	<i>di Marta Salvatore</i>					<i>a cura di Anna De Santis</i>	
352	9.1	Prismi e piramidi			379	<i>Indice analitico</i>	
352	9.2	Costruzione del parallelepipedo retto che ha per base un dato parallelogramma e altezza data					
353	9.3	Costruzione del parallelepipedo obliquo che ha per base il parallelogramma <b>ABCD</b> e per spigoli rette di data lunghezza <b>l</b> , parallele a una retta <b>r</b>					
354	9.4	Costruzione del prisma retto che ha per base un dato poligono e altezza data e del prisma obliquo che ha per base un dato poligono e per spigoli rette di una data lunghezza <b>l</b> , parallele a una retta data <b>r</b>					