

- 1) Si scriva la funzione booleana di 3 variabili A, B e C che vale 1 quando almeno due delle tre variabili valgono 1.

SOLUZIONE

A	B	C	U
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$\overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC\overline{C} + ABC = BC(\overline{A} + A) + AC(\overline{B} + B) + AB(\overline{C} + C) = BC + AC + AB = B(A + C) + AC$$

- 2) Quale delle seguenti equivalenze è corretta?

$$A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + B \cdot C$$

$$A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = \overline{A} \cdot B + B \cdot C$$

$$A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$$

$$A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{C}$$

SOLUZIONE

L'espressione  $A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$  è corretta secondo il teorema dell'algebra booleana (teorema *m*) del libro di testo).

Si può verificare mediante la tavola di verità, ovvero ricavare dai teoremi di base con i seguenti semplici passaggi:

$$\begin{aligned} AB + \overline{A}C + BC &= AB + \overline{A}C + BC \cdot 1 = AB + \overline{A}C + BC(A + \overline{A}) = AB + \overline{A}C + ABC + \overline{A}BC = \\ &= A(B + BC) + \overline{A}(C + BC) = AB(1 + C) + \overline{A}C(1 + C) = AB + \overline{A}C \end{aligned}$$

Si può verificare mediante la tavola di verità che le altre relazioni non sono valide (espressioni non equivalenti).

3) Calcolare  $\overline{A + B + C}$ , applicando il teorema di De Morgan.

SOLUZIONE

$$\overline{A + B + C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

4) L'aria condizionata è funzionante quando si verificano tutte e tre le seguenti condizioni: i finestrini sono chiusi (C), il treno è in movimento (M), l'interruttore dell'aria condizionata è azionato (A).

Si scriva la funzione booleana che esprime la condizione che l'aria condizionata sia funzionante.

SOLUZIONE

C	M	A	U
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$U = CMA$$

5) Si realizzi la tavola di verità della funzione logica che riceva in ingresso tre bit rappresentanti un numero assoluto e generi un bit di uscita di valore pari ad 1 se il numero in ingresso è un numero primo.

SOLUZIONE

N°	A	B	C	U
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

6) Nell'algebra dei numeri (qui il simbolo + ha il significato aritmetico di somma)

$$a + b = a + c \text{ implica } b = c \text{ (regola della cancellazione)}$$

Dimostrare in modo rigoroso che nell'algebra booleana (qui il simbolo + ha il significato di OR)

$$a + b = a + c \text{ implica } b = c$$

è *falsa*.

### SOLUZIONE

A	B	C	A+B	A+C
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	<b>0</b>	<b>1</b>	1	1
1	<b>1</b>	<b>0</b>	1	1
1	1	1	1	1

Analizzando la tavola della verità si può facilmente osservare che ci sono casi in cui  $(A+B) = (A+C)$  ma è  $B \neq C$  (righe con sfondo grigio, valori in neretto).