

Indice

Introduzione	VII
1 Elementi di Geometria Affine	3
1.1 Spazi e sottospazi affini	3
1.2 Applicazioni affini e affinità	9
1.3 Riferimenti cartesiani e geometria analitica negli spazi affini	11
1.4 Richiami sugli spazi vettoriali euclidei	15
1.5 Spazi affini euclidei e geometria euclidea	18
1.6 Isometrie e movimenti	21
1.7 Qualche esercizio svolto, con commenti	28
2 Elementi di Geometria Proiettiva	43
2.1 Spazi e sottospazi proiettivi	43
2.2 Riferimenti proiettivi e geometria analitica negli spazi proiettivi	48
2.3 Dall'affine al proiettivo, e viceversa	52
2.3.1 Ampliamento proiettivo di uno spazio affine	53
2.3.2 Restrizione affine di uno spazio proiettivo	55
2.3.3 Geometria analitica tra restrizioni e ampliamenti	56
2.4 Lo spazio proiettivo duale	60
2.4.1 Duale di uno spazio vettoriale	61
2.4.2 Duale di uno spazio proiettivo	64
2.5 Estensione di uno spazio proiettivo su un campo	67
3 Le Quadriche in uno Spazio Proiettivo	73
3.1 Definizione di quadrica e prime proprietà	74
3.2 Classificazione proiettiva delle quadriche	82
3.3 La ricerca della segnatura di una quadrica reale	88
3.3.1 L'algoritmo del completamento dei quadrati	89
3.3.2 Il metodo di Jacobi	95
3.4 Intersezione tra una quadrica e una retta. Punti semplici e doppi e iperpiano tangente in un punto semplice	96

3.5	Intersezione di una quadrica con un sottospazio	100
3.6	Polarità definita da una quadrica non degenera	104
3.7	Classificazione proiettiva delle quadriche di $\mathbb{P}^n(\mathbb{R})$ e $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ per $n = 2$ e $n = 3$	109
4	Le Quadriche in uno Spazio Affine	117
4.1	Le quadriche affini	120
4.2	Classificazione affine e metrica delle quadriche	123
4.3	Riduzione a forma canonica dell'equazione di una quadrica reale	127
4.4	Classificazione affine delle coniche reali	140
4.5	Classificazione affine delle quadriche reali dello spazio tridi- mensionale	152
4.6	Un approccio sintetico per la classificazione delle quadriche reali e irriducibili dello spazio affine tridimensionale	167
4.7	Simmetrie di una quadrica reale non degenera	169
4.7.1	Condizioni analitiche per determinare il centro di simmetria di una quadrica reale non degenera	173
4.7.2	Diametri, vertici e asintoti di una conica reale non degenera	175
4.7.3	Condizioni analitiche per determinare i piani diame- trali di una quadrica reale non degenera dello spazio tridimensionale	180
4.8	Sezioni di una quadrica irriducibile di $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ con un piano proprio non tangente né passante per il vertice	184
4.8.1	Piani disgiunti da una quadrica irriducibile	190
4.9	Classificazione dei punti semplici di una quadrica irriducibile di $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$	193
4.10	Le schiere di rette di una quadrica iperbolica di $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$	197
4.11	Quadriche nel mondo reale	202
5	Esercizi Svolti	213
5.1	Esercizi sulle coniche reali	213
5.2	Esercizi sulle quadriche dello spazio tridimensionale reale	260
	Bibliografia	317
	Elenco delle tabelle	319
	Riferimenti iconografici	321