
Indice

Lista delle figure	IX
Glossario dei simboli	XI
Introduzione	XIII
Guida per studenti e studentesse	XIII
Prerequisiti	XIV
Guida per docenti	XV
Contenuti	XVI
Ringraziamenti	XVIII
1 Elementi di teoria degli insiemi	3
1.1 Sottoinsiemi e operazioni tra insiemi	3
1.1.1 Inclusione	4
1.1.2 Operazioni tra insiemi	8
1.2 Principio di induzione	11
1.3 Funzioni	12
1.3.1 Funzioni iniettive e funzioni suriettive	15
1.3.2 Composizione di funzioni e funzioni inverse	19
1.4 Operazioni binarie	22
1.4.1 Magmi e gruppi	23
1.4.2 Anelli e campi	25
1.5 Esercizi	27
2 Spazi vettoriali	41
2.1 Vettori geometrici	42
2.1.1 Operazioni su vettori geometrici	42
2.1.2 Componenti e coordinate	47
2.1.3 Lo spazio delle n -uple di numeri reali	50
2.1.4 Spazi vettoriali reali	52
2.2 Indipendenza lineare e basi	55
2.2.1 Vettori linearmente indipendenti	55
2.2.2 Basi di uno spazio vettoriale e coordinate	58
2.3 Sottospazi vettoriali	63
2.3.1 Stabilire se un insieme è un sottospazio vettoriale	64
2.3.2 Sottospazi generati	73
2.3.3 Intersezione e somma di sottospazi vettoriali	77

2.4	Esercizi	82
3	Matrici	97
3.1	Lo spazio delle matrici	97
3.1.1	Struttura di spazio vettoriale	98
3.1.2	Prodotto tra matrici	101
3.2	Matrici quadrate	105
3.2.1	Prodotto di matrici quadrate	106
3.2.2	Matrici invertibili e nilpotenti	107
3.3	Esercizi	110
4	Sistemi lineari	125
4.1	Risoluzione di sistemi lineari	125
4.1.1	Matrice completa associata a un sistema lineare	127
4.1.2	Il metodo di risoluzione di Gauss	129
4.1.3	Il teorema di Rouché-Capelli	134
4.1.4	Il metodo di risoluzione di Gauss-Jordan	137
4.2	Algoritmo di Gauss per spazi vettoriali	143
4.2.1	Generatori dello spazio delle colonne di una matrice	143
4.2.2	Generatori dello spazio delle righe di una matrice	147
4.2.3	Equazioni cartesiane di un sottospazio vettoriale	150
4.3	Esercizi	152
5	Applicazioni lineari	165
5.1	Applicazioni lineari tra spazi vettoriali	165
5.1.1	Condizioni di linearità	165
5.1.2	Stabilire se una funzione è un'applicazione lineare	167
5.2	Nucleo e immagine di un'applicazione lineare	171
5.2.1	Determinare nucleo e immagine di un'applicazione lineare	171
5.2.2	Iniettività e suriettività di un'applicazione lineare	174
5.2.3	Retroimmagine	178
5.2.4	Isomorfismi	181
5.2.5	Esistenza e unicità di applicazioni lineari	186
5.3	Applicazioni lineari e matrici	190
5.3.1	Matrice associata a un'applicazione lineare	190
5.3.2	Cambiamenti di base e matrici invertibili	200
5.4	Esercizi	210
6	Il determinante	227
6.1	Determinante di una matrice quadrata	227
6.1.1	Lo sviluppo di Laplace	229
6.1.2	Algoritmo di Gauss per il calcolo del determinante	236
6.2	Applicazioni del determinante	243
6.2.1	Calcolo del rango	243
6.2.2	Calcolo di matrici inverse	246
6.2.3	La regola di Cramer	248
6.3	Esercizi	250
7	Autovalori e autovettori	265
7.1	Autovalori di applicazioni lineari	265

7.1.1	Autovettori e autospazi	265
7.1.2	Polinomio caratteristico	267
7.2	Endomorfismi semplici	271
7.2.1	Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica	271
7.2.2	Basi di autovettori	274
7.3	Esercizi	291
8	Spazi vettoriali euclidei	307
8.1	Prodotto scalare	307
8.1.1	Prodotto scalare standard	307
8.1.2	Prodotti scalari su spazi vettoriali	310
8.2	Norma e ortogonalità	315
8.2.1	Norma di vettori	315
8.2.2	Vettori ortogonali	319
8.3	Basi ortonormali	324
8.3.1	Sistemi ortonormali	324
8.3.2	Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt	327
8.4	Il teorema spettrale	334
8.4.1	Isometrie e matrici ortogonali	334
8.4.2	Matrici ortogonalmente diagonalizzabili	337
8.5	Esercizi	341
9	Geometria analitica nello spazio	355
9.1	Descrizione dello spazio dei vettori geometrici	355
9.2	Piani nello spazio	358
9.2.1	Equazioni parametriche di un piano	358
9.2.2	Equazioni cartesiane di un piano	370
9.2.3	Confronto tra equazioni parametriche ed equazione cartesiana di un piano	378
9.3	Rette nello spazio	383
9.3.1	Equazioni parametriche di una retta	383
9.3.2	Equazioni cartesiane di una retta	394
9.3.3	Confronto tra equazioni parametriche ed equazioni cartesiane di una retta	399
9.4	Posizioni reciproche tra rette e piani	403
9.4.1	Rette parallele e rette ortogonali a un piano	403
9.4.2	Distanza fra rette e piani	413
9.4.3	Fasci di piani	416
9.4.4	Prodotto vettoriale	419
9.5	Esercizi	422
Appendice A – Soluzioni		<i>online</i>
Bibliografia		445
Indice analitico		447